A XII-a Conferință Națională multidisciplinară – cu participare internațională
“Profesorul Dorin PAVEL – fondatorul hidroenergeticii româneşti”,
SEBEŞ, 2012

MODALITĂŢI COMPARATIVE DE CALCUL ALE ELEMENTULUI DE ÎNCHIDERE ÎN CAZUL UNUI LANŢ DE DIMENSIUNI LINIARE

Cătălina FLOREA, Adrian FLOREA

USING COMPARATIVE METHODS OF CALCULATING THE LINEAR DIMENSIONS OF CLOSED LINKS IN A CHAIN

In this paper there are two methods of calculating the elements that make up the size of a chain. It addresses the problem of determining the size of each link using the methods of algebraic and probabilistic. The calculation of the size is presented in a totally interchangeable condition.

Cuvinte cheie: lanţ de dimensiuni, element de închidere, metoda algebrică, metoda probabilistică
Keywords: chain sizes, locking element, algebraic method, probabilistic method

1. Introducere

1.1 Noţiuni generale

Asamblarea pieselor şi a ansamblelor generează lanţuri de dimensiuni mai mult sau mai puţin complexe, a căror ultimă dimensiune, cunoscută sub denumirea de *dimensiune de închidere*, influenţează precizia de lucru a ansamblelor independente şi a construcţiilor în ansamblu.

Fiecărei piese îi sunt caracteristice nişte dimensiuni, iar prin asamblarea acestora se formează un *lanţ de dimensiuni* [1], [2].

Lanţul de dimensiuni reprezintă totalitatea dimensiunilor liniare sau unghiulare succesive care formează un contur închis şi care determină poziţia unor suprafeţe ale unei piese sau ale mai multor piese într-un subansamblu sau ansamblu [2].

Un lanţ de dimensiuni este format din *dimensiuni primare (componente)* care se realizează direct în procesul tehnologic (la valorile prescrise pe desenele de execuţie) şi din *dimensiuni de închidere* care rezultă indirect (la prelucrarea sau asamblarea pieselor). Acestea din urmă nu se trec pe desenul de execuţie [2], [3].

În cazul lanţurilor de dimensiuni reprezentate schematic este indicată şi *dimensiunea de închidere* R. Un lanţ de dimensiuni are minim trei dimensiuni: două *primare* şi una *rezultantă* [2], [3].

În figura 1, a, b sunt prezentate exemple de lanţuri de dimensiuni liniare (valori numerice şi convenţionale), iar în figura 2, a, b sunt reprezentate schematic aceste lanţuri.

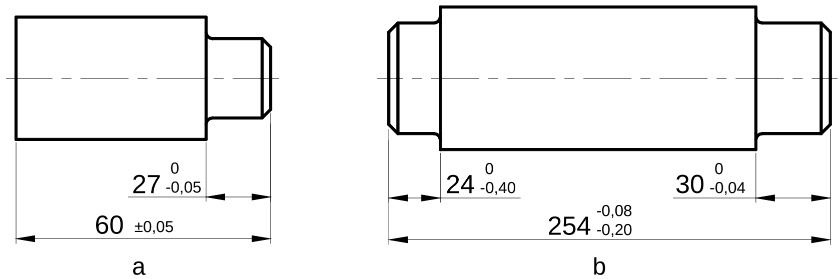

Fig. 1, a ,b Lanţuri de dimensiuni liniare cu valori numerice şi notaţii convenţionale

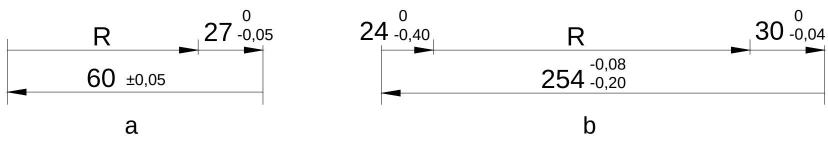

Fig. 2, a, b Reprezentarea schematică a lanţurilor liniare de dimensiuni

1.2 Clasificarea lanţurilor de dimensiuni

Lanţurile de dimensiuni se pot clasifica după următoarele criterii: *după locul pe care îl ocupă în schema de ansamblu; după natura mărimii considerate; după natura asamblării în spaţiu a elementelor (verigilor) lanţului; după complexitate; după stadiul în care se realizează; în funcţie de baza de cotare* [1], [2].

2. Metode de rezolvare a lanţurilor de dimensiuni

Prin rezolvarea unui lanţ de dimensiuni se determină un element al lanţului cu tot ceea ce implică aceasta: dimensiune nominală şi abateri. Problema care se pune în cazul rezolvării lanţurilor de dimensiuni este determinarea elementului de închidere atunci când se cunosc toate elementele componente (*problema directă)* sau determinarea unuia sau a mai multor elemente componente, atunci când se cunoaşte elementul de închidere (*problema inversă)* [2].

Rezolvarea acestor probleme se poate face folosind mai multe metode precum: metoda de maxim şi minim; metoda algebrică; metoda probabilistică; metoda toleranţei medii; metoda determinării preciziei lanţului; metoda sortării (metoda asamblării selective); metoda reglării; metoda ajustării.

2.1 Metoda algebrică

În aplicarea acestei metode se are în vedere faptul că într-o sumă sau diferenţă de mărimi tolerate, fiecare mărime trebuie luată sub formă desfăşurată (valoare nominală şi abateri limită), după care se adună sau se scad între ele părţile de acelaşi fel [2], [3].

Considerăm cazul general în care lanţul de dimensiuni conţine (n+1) elemente, inclusiv elementul de închidere (figura 3).

Elementele $B_1, B_2, ..., B_m$ sunt elemente măritoare iar $B_{m+1}, B_{m+2}, ..., B_n$ sunt elemente reducătoare.

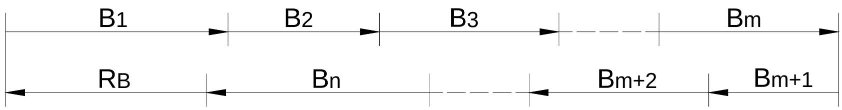

Fig. 3 Schema convenţională a lanţului de dimensiuni cu n elemente componente

Pornind de la relaţiile:

$$R_{min} = \sum_{j=1}^{m} B_{jmin} - \sum_{j=m+1}^{n} B_{jmax} \quad (1)$$

$$R_{max} = \sum_{j=1}^{m} B_{jmax} - \sum_{j=m+1}^{n} B_{jmin} \quad (2)$$

$$B_{jmax} = B_j + ES_j \quad (3)$$

$$B_{jmin} = B_j + EI_j \quad (4)$$

Rezultă ecuaţia funcţională dezvoltată a lanţului de dimensiuni:

$$R_{B+EI_R}^{+ES_R} = B_{1+EI_1}^{+ES_1} + ... + B_{m+EI_m}^{+ES_m} - \left(B_{m+1+EI_{m+1}}^{+ES_{m+1}} + ... + B_{n+EI_n}^{+ES_n}\right) \quad (5)$$

În ecuaţia dezvoltată semnul minus în faţa elementului schimbă poziţia şi semnul abaterii astfel încât ecuaţia funcţională dezvoltată a lanţului de dimensiuni devine:

$$R_{B+EI_R}^{+ES_R} = B_{1+EI_1}^{+ES_1} + ... + B_{m+EI_m}^{+ES_m} - B_{m+1-ES_{m+1}}^{-EI_{m+1}} - ... - B_{n-ES_n}^{-EI_n} \quad (6)$$

Toleranţa elementului rezultant se determină cu relaţia:

$$T_R = R_{max} - R_{min} = \sum_{j=1}^{n} T_{Bj} \quad (7)$$

2.2 Metoda probabilistică

În practică s-a observat că anumite piese componente, deşi sunt în afara câmpului de toleranţă, pot fi montate fără ca asamblul să fie afectat din punct de vedere al calităţii. Acest fapt a dus la reexaminarea metodelor algebrice de rezolvare a lanţurilor de dimensiuni. S-a constatat că situaţia limită pentru obţinerea valorilor R_{max} şi R_{min} are o probabilitate de realizare extrem de mică [2].

Astfel, condiţia de închidere considerată sub forma: toleranţa elementului rezultant trebuie să fie egală cu suma toleranţelor tuturor elementelor componente, trebuie reexaminată din perspectiva teoriei probabilităţilor.

Prin această metodă, dimensiunea nominală R se determină ca şi în cazul calculului algebric, deoarece dimensiunile nominale Bj nu au repartiţii proprii.

$$R = \sum_{j=1}^{m} B_j - \sum_{j=m+1}^{n} B_j \quad (8)$$

În ipoteza că dimensiunile primare se obţin după legea distribuţiei normale, toleranţa probabilă (se consideră $K_j = K_R = 1$ şi $\alpha_j = \alpha_R = 0$) se calculează cu relaţia:

$$T_R = \sqrt{\sum_{j=1}^{n} \cdot T_{Bj}^{\,2}} \quad (9)$$

Abaterile limită probabile (practice) ale dimensiunii rezultante se pot calcula fie în funcţie de abaterile limită teoretice (algebrice), fie în funcţie de abaterea centrală a dimensiunii rezultante (mijlocul câmpului de toleranţă) [2], [3].

3. Rezolvarea unui lanţ de dimensiuni liniar prin metoda algebrică şi metoda probabilistică

3.1 Calculul elementului de închidere pentru un lanţ de dimensiuni liniare prin metoda algebrică

Se consideră lanţul de dimensiuni reprezentat în figura 1, b cu reprezentarea schematică din figura 2, b unde avem:

$$B_1 = 24^{0}_{-0{,}400}\ \text{mm}\,;\ B_2 = 30^{0}_{-0{,}040}\ \text{mm}\,;\ B_3 = 254^{-0{,}080}_{-0{,}200}\ \text{mm}$$

Se calculează dimensiunea nominală şi abaterile limită a elementului de închidere prin metoda algebrică folosind relaţiile (6), (7):

$$R_{B\,-A_{iR}}^{\;\;+A_{sR}} = 254^{-0{,}080}_{-0{,}200} - (24^{0}_{-0{,}400}) - (30^{0}_{-0{,}040})$$

$$R_{B\,-A_{iR}}^{\;\;+A_{sR}} = 254^{-0{,}080}_{-0{,}200} + 24^{+0{,}400}_{0} + 30^{+0{,}040}_{0}$$

Din ecuaţia de mai sus rezultă:

$$R_B = B_3 - (B_1 + B_2) = 254 - (24 + 30) = 200\ \text{mm}$$

$$ES_{RB} = -0{,}080 + 0{,}400 + 0{,}04 = +0{,}360\ \text{mm}$$

$$EI_{RB} = -0{,}200 + 0 + 0 = -0{,}200\ \text{mm}$$

$$T_{RB} = ES_{RB} - EI_{RB} = 0{,}360 - (-0{,}200) = 0{,}560\ \text{mm}$$

3.2 Calculul elementului de închidere pentru un lanţ de dimensiuni liniare prin metoda probabilistică

Pentru acelaşi lanţ de dimensiuni de determină elementul de închidere prin metoda probabilistică.

Dimensiunea nominală a elementului de închidere este $R_{B_{pr}} = B_3 - (B_1 + B_2) = 254 - (24 + 30) = 200\ \text{mm}$.

Aplicând în relaţia de calcul a toleranţei elementului de închidere : $T_{R_{Bpr}} = \sqrt{\sum_{j=1}^{n} \cdot T_j^2}$ rezultă $T_{R_B pr} = \sqrt{T^2_{B_1} + T^2_{B_2} + T^2_{B_3}}$.

Toleranţele elementelor componente fiind: $T_{B_1} = 0{,}400\ \text{mm}$; $T_{B_2} = 0{,}040\ \text{mm}$; $T_{B_3} = 0{,}280\ \text{mm}$, se obţine toleranţa probabilistică

$$T_{R_{Bpr}} = \sqrt{0{,}400^2 + 0{,}040^2 + 0{,}280^2} \text{ respectiv } T_{R_{Bpr}} = 0{,}490 \text{ mm}.$$

3.2.1 Calculul abaterilor limită probabile pe baza cunoaşterii abaterilor limită teoretice, a toleranţei teoretice şi a toleranţei probabile, conform schemei din figura 4, a.

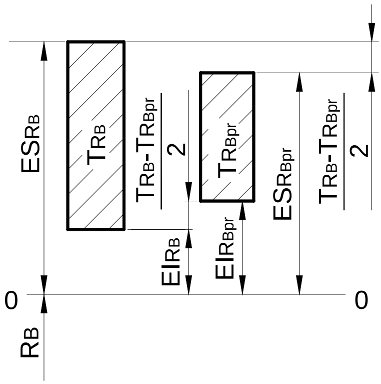

Fig. 4, a Toleranţa teoretică şi toleranţa probabilistică a dimensiunii de închidere (funcţie de abaterile limită teoretice)

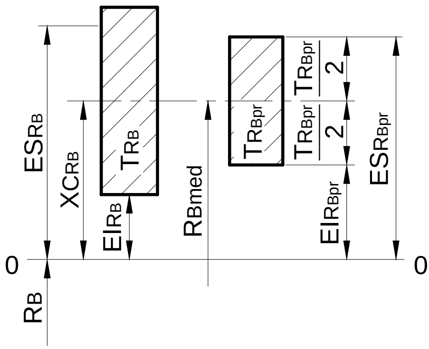

Fig. 4, b Toleranţa teoretică şi toleranţa probabilistică a dimensiunii de închidere (funcţie de abaterea centrală)

Abarerea superioară probabilă se determină cu relaţia:

$$ES_{R_{Bpr}} = ES_{R_B} - \frac{T_{R_B} - T_{R_{Bpr}}}{2} \qquad (10)$$

$$ES_{R_{Bpr}} = +0{,}360 - \frac{0{,}560 - 0{,}490}{2} = 0{,}325 \text{ mm}$$

Abarerea inferioară probabilă se determină cu relaţia:

$$EI_{R_{Bpr}} = EI_{R_B} + \frac{T_{R_B} - T_{R_{Bpr}}}{2} \qquad (11)$$

$$ES_{R_{Bpr}} = -0{,}200 + \frac{0{,}560 - 0{,}490}{2} = -0{,}165 \text{ mm}$$

Dimensiunea maximă, respectiv minimă, probabilă se vor determina conform relaţiilor:

$$R_{Bmaxpr} = R_{Bnom} + ES_{R_{Bpr}} \text{ şi } R_{Bminpr} = R_{Bnom} + EI_{R_{Bpr}}$$

$$R_{Bmaxpr} = 200 \text{ mm} + 0{,}325 \text{ mm} = 200{,}325 \text{ mm}$$

$$R_{Bminpr} = 200 \text{ mm} + (-0{,}165 \text{ mm}) = 199{,}835 \text{ mm}$$

3.2.2 Calculul abaterilor limită probabile pe baza cunoaşterii valorii centrale a dimensiunii rezultante $X_{C_{R_B}}$ a lanţului de dimensiuni şi a toleranţei probabile conform schemei din figura 4, b.

Abaterea superioară probabilă se calculează conform schemei din figura 4, b cu relaţia:

$$ES_{R_{Bpr}} = X_{C_{R_B}} + \frac{T_{R_{Bpr}}}{2} \qquad (12)$$

unde $X_{C_{R_B}}$ reprezintă coordonata mijlocului câmpului de toleranţă a elementului de închidere faţă de dimensiunea nominală iar $X_{C_{R_{B_k}}}$ reprezintă coordonata mijlocului câmpului de toleranţa a elementului k faţă de dimensiunea nominală.

Relaţiile de calcul a coordonatei mijlocului câmpului de toleranţă a elementului de închidere faţă de dimensiunea nominală şi a coordonatei mijlocului câmpului de toleranţă a elementului k faţă de dimensiunea nominală sunt:

$$X_{C_{R_B}} = \sum_{j=1}^{k} X_{C_{B_k}mar} - \sum_{j=k+1}^{n} X_{C_{B_k}red} \quad (13); \quad X_{C_{B_k}} = \frac{ES_{B_k} + EI_{B_k}}{2} \quad (14)$$

Valorile coordonatelor mijloacelor câmpurilor de toleranţă pentru cele trei elemente sunt:

$$X_{C_{B_1}} = \frac{0+(-0,400)}{2} = -0,200\text{mm} \; ; X_{C_{B_2}} = \frac{0+(-0,040)}{2} = -0,020\text{mm} \; ;$$

$$X_{C_{B_3}} = \frac{-0,080+(-0,200)}{2} = -0,140 \text{ mm}.$$

În aceste condiţii avem: $X_{C_{R_B}} = X_{C_{B_3}} - (X_{C_{B_1}} + X_{C_{B_2}})$

$$X_{C_{R_B}} = -0,140 \text{ mm} - (-0,200 \text{ mm} - 0,020 \text{ mm}) = 0,080 \text{ mm}$$

$$ES_{R_{Bpr}} = 0,080 \text{ mm} + \frac{0,490 \text{ mm}}{2} = 0,325 \text{ mm}$$

Abarerea inferioară probabilă se calculează conform schemei din figura 4, b cu relaţia:

$$EI_{R_{Bpr}} = X_{C_{R_B}} - \frac{T_{R_{Bpr}}}{2} \qquad (15)$$

$$EI_{R_{Bpr}} = 0,080 \text{ mm} - \frac{0,490 \text{ mm}}{2} = -0,165 \text{ mm}$$

Comparând rezultatele obţinute prin cele două metode, se constată:

- toleranţa obţinută prin metoda probabilistică este mai mică decât toleranţa obţinută prin metoda algebrică;
- toleranţele obţinute prin cele două metode sunt simetrice faţă de $X_{C_{R_B}}$;
- deoarece $T_{R_{Bpr}} < T_{R_B}$, există posibilitatea măririi toleranţelor elementelor componente, uşurând execuţia şi obţinându-se precizia prescrisă.

4. Concluzii

■ Datorită faptului că, în cazul calculului prin metoda probabilistică, toleranţa elementului de închidere este mai mică decât în cazul calculului prin metoda algebrică, este posibilă mărirea toleranţelor dimensiunilor componente astfel încât prelucrarea pieselor aflate în fabricaţie să aibă un cost mai scăzut.

■ Metoda probabilistică se aplică mai ales în cazul în care toleranţele elementelor componente ar trebui să aibă valori mici, neraţionale din punct de vedere economic.

■ În cazul metodei probabilistice apare un mic procent de lanţuri de dimensiuni care nu se încadrează în limite. Mărimea acestui procent corespunde limitării câmpului de dispersie, în cazul distribuţiei normale, la $\omega = 6\sigma$.

BIBLIOGRAFIE

[1] Bagiu,L *Toleranţe, statistică şi metrologie în construcţia de maşini*, Editura Helicon, Timişoara, 1997.

[2] Dragu, D., ş.a. *Toleranţe şi măsurători tehnice*, Editura didactică şi pedagogică, Bucureşti, 1982.

[3] Vişan, A., Ionescu, N. *Bazele teoretice ale prescrierii preciziei caracteristicilor constructive ale produselor*, UPB, 2007.

Ing. Cătălina Dana FLOREA
SC Azur Comimpex SRL Deva, membru AGIR
e-mail: caty_florea@yahoo.com
Ing. Adrian Corneliu FLOREA
SC Azur Comimpex SRL Deva, membru AGIR
e-mail: florea_adrian76@yahoo.com