

A XIII-a Conferință Națională multidisciplinară – cu participare internațională, "Profesorul Dorin PAVEL – fondatorul hidroenergeticii româneşti", SEBEŞ, 2013

DETERMINAREA FRECVENŢELOR PROPRII ALE BARELOR COTITE

Florian MUNTEAN, Gilbert-Rainer GILLICH, Zeno-Iosif PRAISACH

DETERMINING THE NATURAL FREQUENCIES OF BENDED BEAMS

This paper presents the natural frequencies obtained from modal analysis, performed with ANSYS software, for the first 60 vibration modes of a bended bar (L shape) without defect and with defects situated on three different locations along the column. The research was made in order to highlight the changes of the structure's dynamic behaviour in terms of natural frequencies.

Cuvinte cheie: frecvențe proprii, bara cotită, detectarea defectelor, simulare Keywords: natural frequencies, bended beam, damage detection, simulation

1. Introducere

În prezent există mai multe metode de detectare a zonelor cu defect printre care amintim: • *metode locale* – în care controlul este realizat pentru o suprafață restrânsă, redusă la zona cu defect; • *metode selective* – la care controlul se face integral pentru un element de rezistență de dimensiuni relativ mari; • *metode globale* – controlul se face pentru întreaga structură, în timpul controlului nefiind necesar accesul în zona cu defect. Metodele globale se bazează pe achiziția semnalelor dinamice de răspuns ale structurii, în general rezultate din măsurători de vibrații. Prin aceste metode se urmărește identificarea defectelor structurale din răspunsul modificat al semnalului de vibrație, fiind de obicei utilizate frecvențele proprii sau forma modurilor proprii.

2. Determinarea frecvenţelor proprii pe baza unui model discret

În cazul structurilor plane sau spațiale determinarea frecvențelor proprii este mai dificilă decât în cel al barelor, întru-cât nu sunt cunoscute metode ce consideră sistemele ca fiind continue.

În literatura de specialitate este prezentat calculul frecvenţei proprii pentru un sistem discret cu două grade de libertate. Pentru o bară cotită (figura 1) compusă dintr-un element vertical (stâlpul) respectiv unul orizontal (grinda), ambele de lungime *L*, având la capătul liber o masă concentrată *m*, coeficienții de flexibilitate sunt:

$$\delta_{yy} = \frac{4L^3}{3EI} \quad ; \quad \delta_{yz} = \delta_{zy} = \frac{L^3}{2EI} \quad ; \quad \delta_{zz} = \frac{L^3}{3EI} \tag{1}$$





Ecuațiile de mișcare au forma:

$$\frac{4L^{3}}{3EI}m\ddot{y} + \frac{L^{3}}{2EI}m\ddot{z} + y = 0$$

$$\frac{L^{3}}{2EI}m\ddot{y} + \frac{L^{3}}{2EI}m\ddot{z} + z = 0$$
(2)

Căutând soluții de forma:

$$y(t) = u_1 \cos(\omega t - \varphi)$$

$$z(t) = u_2 \cos(\omega t - \varphi)$$
(3)

Se obține sistemul de ecuații

$$(8 - \beta)u_1 + 3u_2 = 0$$

3u_1 + (2 - \beta)u_2 = 0 (4)

unde s-a notat:

$$\beta = \frac{6EI}{mL^3\omega^2} \tag{5}$$

Ecuația pulsațiilor proprii este:

$$\begin{vmatrix} 8-\beta & 3\\ 3 & 2-\beta \end{vmatrix} = 0 \quad ; \quad \beta^2 - 10\beta + 7 = 0 \tag{6}$$

având rădăcinile:

$$\beta_1 = 9,2426 \\ \beta_2 = 0,7576$$
(7)

Pulsațiile în acest caz sunt:

$$\omega_2 = 2,8146 \sqrt{\frac{El}{mL^3}}$$

$$\omega_1 = 0,8057 \sqrt{\frac{El}{mL^3}}$$
(8)

3. Determinarea frecvenţelor proprii pe baza unui model discret

În această secțiune se analizează o bara cotită ca cea descrisă anterior, cu diferența că masa structurii este repartizată uniform și nu concentrată la capătul liber, iar asupra acesteia acționează doar accelerația gravitațională (figura 2).

Determinarea frecvențelor proprii aferente fiecărui mod de vibrație s-au realizat cu programul ANSYS modulele *Structural Static* și *Modal*. Dimensiunile elementelor barei cotite sunt:

- stâlpul cu dimensiunile 600x50x5 mm

- grinda cu dimensiunile 400x50x5 mm

iar materialul asociat este oțel, cu proprietățile mecanice prezentate în tabelul 1.



Fig. 2 Bară cotită

Tabelul 1

Limita de curgere	Limita de rupere	Densitatea	Modulul de elasticitate longitudinal	Coeficientul lui Poisson	Masa barei
[N/mm ²]	[N/mm²]	[kg/m³]	[N/mm ²]	[-]	[kg]
250	460	7850	2x10 ⁵	0,3	1,9527

Modelarea și discretizarea cu elemente finite s-a făcut pentru bara intactă și pentru bara cu trei scenarii de defect:

$$x_C/L_S = 0.1$$
; $x_C/L_S = 0.5$; $x_C/L_S = 0.9$.



Fig. 3 Bară cotită încastrată în planul XZ asupra căreia acționează accelerația gravitațională



Fig. 4 Bară cotită rezultată după discretizare

În urma discretizării cu elemente de dimensiune medie de 2 mm au rezultat pentru cazurile analizate un număr de noduri și elemente prezentate în tabelul de mai jos (Tabelul 2 - rezultatele obținute prin discretizare).

		l abelul 2
Tip placă	Număr total de noduri	Număr total de elemente
Bară cotită fără defect	192510	37350
Bară cotită cu defect	192844	37375

Bara cotită s-a fixat prin încastrare în planul XZ. În urma simulării s-au obținut 60 de moduri de vibrație, cu valorile prezentate în figura 5.



Fig. 5 Graficul frecvențelor proprii în cele 60 de moduri de vibrații

Din grafic s-au extras trei moduri relevante ale stâlpului de încovoiere care sunt prezentate în tabelul 3 (rezultatele obținute prin analiza modală) cât și în figura 6.

	Tabe					
Nr. mod	Fără defect	$x_C/L_{S}=0,1$	$x_C/L_{S}=0,5$	$x_C/L_{S}=0.9$		
21	1588,044265	1583,911161	1589,808327	1583,167		
22	1755,935715	1718,689169	1703,082276	1721,586		
23	1760,686451	1751,660362	1755,363851	1750,83		

Tabelul 3

Din graficul de mai jos se poate observa că există o legătură directă între frecvență și poziția defectului pe bară, cu cât distanța de la încastrare până la defect este mai mare, cu atât valoarea frecvenței barei cu defect se apropie de cea a barei fără defect.



Fig. 6 Modurile 21, 22 și 23 de vibrație

În figura 7 sunt prezentate două exemple sugestive ale modurilor de vibrație ale stâlpului, respectiv grinzii.



Fig. 7 Diferite moduri de vibrații ale barei cotite

4. Concluzii

■ Prin monitorizarea vibraţiilor se pot detecta modificări structurale; cunoscând relaţia dintre poziţia şi adâncimea defectului, se poate determina influenţa acestora asupra modificării frecvenţelor proprii, se pot localiza defectele şi evalua severitatea acestora fără a fi necesar accesul în zona afectată.

■ Sistemul de monitorizare este simplu şi robust, fiind recomandat pentru utilizarea în medii industriale.

BIBLIOGRAFIE

[1] Gillich, G.R, Praisach, Z.I., lavornic, C.M., *Reliable method to detect and assess damages in beams based on frequency changes*, Proceedings of the ASME 2012 International Design Engineering Technical Conference, Chicago (IL), USA, August 12-15, 2012, Article Number: DETC2012-70094.

[2] Gillich, G.R, Minda, P.F., Praisach, Z.I., Minda, A.A., *Natural frequencies of damaged beams - a new approach*, Romanian Journal of Acoustics and Vibration, Vol. IX, Issue 2/2012, pp.101-108.

[3] Radeş, M., Vibrații Mecanice, Editura Printech, 2008.

[4] Faur, N., *Mecanica materialelor, Noțiuni fundamentale, Statică, Solicitări simple,* Editura Politehnica, Timişoara, 2010.

[5] Bejan, M., *Rezistența materialelor*, vol. 1, ediția a II-a, Editura AGIR, București, 2005 și Editura MEGA, Cluj Napoca, 2005.

[6] Buzdugan Gh., *Rezistența materialelor*, Editura Academiei R.S.R., București, 1986.

Drd.Ing. Florian MUNTEAN Universitatea Eftimie Murgu Reşiţa e-mail: <u>f.muntean@uem.ro</u> Prof.Univ.Dr.Ing.Ec. Gilbert-Rainer GILLICH Universitatea Eftimie Murgu Reşiţa e-mail: <u>gr.gillich@uem.ro</u> Dr.Ing. Zeno-losif PRAISACH Universitatea Eftimie Murgu Reşiţa e-mail: <u>zpraisach@yahoo.com</u>