A XIII-a Conferinţă Naţională multidisciplinară – cu participare internaţională,
"Profesorul Dorin PAVEL – fondatorul hidroenergeticii româneşti",
SEBEŞ, 2013

STUDIU TEORETIC ASUPRA APLICABILITĂȚII IMPEDANȚEI MECANICE

Claudiu Alin GLIGOR, Anamaria BIRIŞ, Mariana ARGHIR

THEORETICAL STUDY ON THE APPLICABILITY OF MECHANICAL IMPEDANCE

The present paper will be a presentation of the informations from specialized literature and international standards about the importance of mechanical impedance study for all structures including human body.

Exposure to harmful vibrations can lead to damages of the structures and health problems or disorders that can appear at the human body.

The knowledge of the structures and human body mechanical impedance is essential for realizing appropriate administrative, technical and medical prevention measures.

Cuvinte cheie: impedanță mecanică, răspuns dinamic, vibrații mecanice

Keywords: mechanical impedance, dynamic response, mechanical vibrations

1. Introducere

În ultima perioadă, datorită problemelor generate de apariția vibrațiilor, se constată un interes crescând pentru comportamentul dinamic al structurilor, în general.

Expunerea crescândă la vibrațiile mecanice a fost constatată ca având legătură directă cu modul de proiectare, de construcție și de funcționare a diferitelor componente care intră în alcătuirea structurilor aflate în studiu. Astfel viteza tot mai mare de rotație la care sunt

proiectate să funcționeze unele componente ale diferitelor aparate expune structura acestora la riscuri mari generate din apariția vibraților.

Utilizarea de materiale din ce în ce mai performante, având caracteristici superioare celor vechi a dus la reducerea în dimensiuni a structurilor proiectate. În aceeași ordine de idei necesitatea proiectării cu costuri cât mai scăzute, cu o economie mare de material a dus de asemenea la același rezultat și în consecință structurile nou proiectate au devenit tot mai mici ca dimensiuni, mai subțiri ca secțiune devenind astfel mult mai expuse din punct de vedere vibrațional.

A fost dovedit, de asemenea, efectul pe care îl au vibrațiile asupra mediului în care acestea acționează. Astfel, vibrațiile transmise altor structuri influențează în mod negativ funcționarea acestora, determinând uzura lor prematură, modificarea caracteristicilor de calitate și de rezistență a organelor de mașini, putând duce chiar la deteriorarea lor permanentă.

Considerând organismul uman ca fiind o structură mecanică complexă, efectul evident al acțiunii vibrațiilor se poate analiza în cunoștință de cauză (de exemplu operator la mașini unelte sau unelte de mână a căror funcționare generează vibrații) sau în necunoștință de cauză (de exemplu pasager în mijloacele de transport în comun). În ambele situații subiectul uman intră în contact cu structura generatoare de vibrații iar efectele acestora, în cazul unor expuneri repetate, se manifestă sub forma oboselii, scăderii productivității muncii sau a unor boli profesionale.

Conceptul de impedanță mecanică a apărut la începutul secolului XX. Apariția și dezvoltarea acestuia a fost generată de nevoia de a cunoaște:

- răspunsul dinamic al sistemelor la vibrații;
- frecvența de rezonanță a sistemului;
- caracteristica de amortizare sau rigiditate a unui material.

2. Noțiuni de bază privind impedanța mecanică

Impedanța mecanică reprezintă raportul dintre forța aplicată sistemului și viteza acestuia, rezultată ca urmare a acțiunii forței respective. Relația matematică pentru impedanța are forma:

$$Z(t) = \frac{F(t)}{v(t)} \qquad \text{[Ns/m]} \qquad (1)$$

În relația (1) F și v sunt vectori în timp și spațiu iar pentru o variație sinusoidală aceștia sunt definiți de relațiile:

$$F = F_0 e^{j\omega t} \quad \text{respectiv} \quad v = v_0 e^{j(\omega t + \varphi)} \tag{2}$$

unde:

- F_0 și v_0 - amplitudinea forței respectiv a vitezei;
- ω - pulsația vibrației;
- φ - unghiul dintre cei doi vectori, F și v.

Dacă vectorul forță respectiv vectorul viteză sunt măsurate în același punct și au aceeași direcție atunci raportul dintre cei doi vectori se numește *impedanța mecanică de intrare*. Dacă cei doi vectori sunt măsurați în același punct dar formează un unghi sau sunt măsurați în puncte diferite atunci raportul lor se numește *impedanță mecanică de transfer*.

Studiul răspunsului sistemelor la vibrații poate fi realizat, în cele mai multe cazuri, prin utilizarea unor modele teoretice obținute din combinația a trei elemente mecanice de bază: masa, arcul și amortizorul. Combinarea elementelor presupune legarea în serie și/sau în paralel a acestor elemente.

Masa reprezintă cantitatea de materie a unui corp rigid a cărui acceleraţie, conform principiului acţiunii forţei (legii a doua a lui Newton), este proporţională cu forţa rezultantă F, aplicată asupra lui.

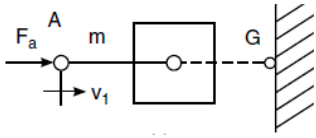

Fig. 1 Reprezentarea schematică a acțiunii forței perturbatoare asupra unei mase ideale

Masa m se deplasează, din punctul A într-un punct oarecare, sub acțiunea forței F_a, cu viteza v_1. În aceste condiții accelerația masei m, este dată de către relația (3):

$$\ddot{x}_1 = \frac{F_a}{m} = \frac{F_0 e^{j\omega t}}{m} \tag{3}$$

Prin integrarea relației (3) obținem relația (4) care definește viteza v_1 de deplasare a masei m:

$$\dot{x}_1 = v_1 = \frac{F_0 e^{j\omega t}}{j\omega m} \tag{4}$$

Impedanța mecanică a masei m este dată de către relația (5):

$$Z_m = \frac{F_a}{v_1} = \frac{F_0 e^{j\omega t}}{F_0 e^{j\omega t} / j\omega m} = j\omega m \tag{5}$$

Variaţia lungimii **arcului** este proporţională cu forţa ce acţionează de-a lungul axei elementului şi se opune deformării arcului. Această forță se numeşte forţă elastică sau de elasticitate.

Arcul ideal este considerat fără masă şi fără posibilităţi de amortizare. Ca urmare, forţa aplicată la un capăt este egală şi de sens opus cu cea aplicată în celălalt capăt.

Constanta de proporţionalitate, *k*, se numeşte *constanta elastică* și reprezintă forţa ce ia naştere în elementul elastic la deformarea acestuia cu unitatea de lungime.

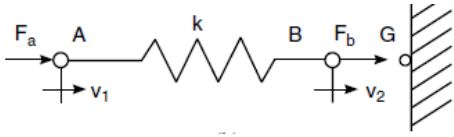

Fig. 2 Reprezentarea schematică a acțiunii forței perturbatoare asupra unui arc ideal

Asupra resortului, cu constanta de elasticitate k, acționează forța F_a care deformează pe lungime arcul cu valoarea x_1. Deplasarea x_1 a capătului arcului este dată de relația (6):

$$x_1 = \frac{F_a}{k} = \frac{F_0 e^{j\omega t}}{k} \tag{6}$$

În aceste condiții viteza de deplasare corespunzătoare deplasării x_1 este de forma:

$$\dot{x}_1 = v = \frac{j\omega F_0 e^{j\omega t}}{k} \tag{7}$$

Impedanța resortului este dată de către relația (8):

$$Z_k = \frac{F_a}{v} = \frac{k}{j\omega} = -j\frac{k}{\omega} \tag{8}$$

În cazul **amortizorului** forţa aplicată este proporţională cu viteza relativă între punctele sale extreme (capete).

Constanta c, numită *coeficient de amortizare*, este parametrul caracteristic al amortizorului şi reprezintă forţa ce ia naştere în amortizor la deplasare cu viteza unitară de 1 m/s.

Amortizorul ideal este considerat fără masă şi fără elasticitate, ca urmare, forţele aplicate la cele două capete ale sale sunt egale şi direct opuse.

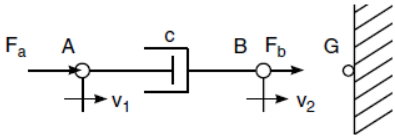

Fig. 3 Reprezentarea schematică a acțiunii forței perturbatoare asupra unui amortizor ideal

Forța F_a ce acționează asupra amortizorului, al cărui coeficient de amortizare este c, deplasează capătul acestuia cu viteza v_1. Aceasta este dată de relația (9):

$$v_1 = \frac{F_a}{c} = \frac{F_0 e^{j\omega t}}{c} \tag{9}$$

Impedanța amortizorului este dată de către relația (10):

$$Z_c = \frac{F_a}{v_1} = c \tag{10}$$

Elementele mecanice de bază sunt concepte teoretice care ajută la studierea răspunsului sistemelor la forțe ce acționează asupra lor, în practică întâlnindu-se combinații ale acestora. În cazul legării în paralel a două elemente cu impedanța mecanică Z_1 respectiv Z_2, forța F care acționează asupra sistemului va deplasa cu aceiași viteză v cele două elemente.

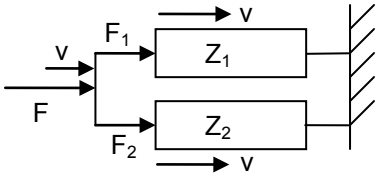

Fig. 4 Reprezentarea schematică a acțiunii forței perturbatoare asupra a două elemente legate în paralel

Forța F va fi egală cu suma celor două forțe, F_1 și F_2 ce apar în fiecare element în parte și este dată de relația (11):

$$F = F_1 + F_2 \tag{11}$$

Dar aceleași forțe, F, F_1 și F_2 se pot defini cu ajutorul impedanței asfel:

$$F = Z\,v \qquad F_1 = Z_1 v \qquad F_2 = Z_2 v \tag{12}$$

Prin înlocuirea relațiilor (12) în relația (11) rezultă impendanța sistemului:

$$Z = Z_1 + Z_2 \tag{13}$$

Prin extensia acestui concept la n elemente legate în paralel rezultă impedanța mecanică a sistemului:

$$Z = \sum_{i=1}^{n} Z_i \tag{14}$$

În cazul legării în serie a două elemente cu impedanța mecanică Z_1 respectiv Z_2, forța F este transmisă celor două elemente, acestea deplasându-se cu viteze diferite, v_1 respectiv v_2.

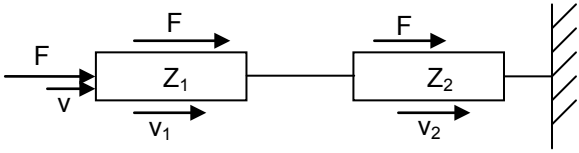

Fig. 5 Reprezentarea schematică a acțiunii forței perturbatoare asupra a două elemente legate în serie

În acest caz impedanța mecanică a sistemului este cea din punctul de intrare și este dată de relația (15):

$$Z = \frac{F}{v} \tag{15}$$

unde v este viteza de deplasare a punctului de intrare.

Viteza v poate fi definită și ca suma vitezelor cu care se deplasează fiecare element în parte și este dată de relația (16):

$$v = v_1 + v_2 = \frac{F}{Z_1} + \frac{F}{Z_2} \tag{16}$$

Înlocuind relația (15) în relația (16) obținem impedanța sistemului:

$$\frac{1}{Z} = \frac{1}{Z_1} + \frac{1}{Z_2} \tag{17}$$

Extinzând acest concept la n elemente legate în serie rezultă impedanța mecanică a sistemului:

$$\frac{1}{Z} = \sum_{i=1}^{n} \frac{1}{Z_i} \tag{18}$$

Utilizând conceptele mai sus explicate se poate determina impedanța oricărui sistem, indiferent de complexitatea acestuia.

3. Concluzii privind aplicabilitatea impedanței mecanice

■ Sistemele răspund diferit la vibrațiile la care sunt supuse, răspunsul dinamic al acestora fiind dat de:

- proprietățile materialelor din care sunt construite, diferențele dintre caracteristicile de elasticitate și amortizare ale materialelor modifică considerabil comportamentul structurilor;
- construcția internă a sistemelor, modul de cuplare și înlănțuire a părților componente ale sistemului putând modifica comportamentul vibrațional;
- valoarea frecvenței vibrației, sistemele nu au un comportament vibrațional constant pe o plajă largă de vibrații, la anumite vibrații se pot comporta într-un anumit fel iar la alte frecvențe ale vibrației, comportamentul aceluiași sistem suferă modificări substanțiale.

■ Pentru reducerea efectelor vibrațiilor asupra mediilor cu care acestea interacționează, se pot utiliza diferite metode de atenuare a vibrațiilor. Acestea au la bază două principii: reducerea vibrațiilor chiar de la sursă respectiv reducerea acestora undeva de-a lungul căii de transmitere.

■ Primul principiu enunțat se regăsește în modul în care sunt proiectate sistemele. Sistemele care sunt supuse la vibrații respectiv cele generatoare de vibrații trebuiesc concepute astfel încât frecvența vibrațiilor să nu fie cea de rezonanță a sistemului, deoarece în acest caz vibrațiile aplicate nu sunt atenuate ci sunt amplificate, ducând la uzura prematură sau chiar distrugerea sistemului. De asemenea, sistemele se proiectează astfel încât nivelul vibrațiilor produse de către acestea să fie cât mai mic.

■ Cel de-al doilea principiu este implementat în proiectarea diferitor echipamente necesare izolării organismului uman de acțiunea nocivă a vibrațiilor. În cazul unor anumite sisteme, chiar dacă au fost proiectate să genereze vibrații cât mai puțin nocive, nivelul acestora,în cazul unor expuneri repetate, este dăunător organismului uman. Pentru reducerea nocivității acestor vibrații se interpun între sursa de vibrații și organismul uman diferite echipamente care au rolul de a absorbi cât mai mult posibil aceste vibrații.

■ Impedanța mecanică este utilă și în proiectarea manechinelor folosite ulterior la testarea sistemelor cu care organismul uman interacționează. Această metodă permite aflarea modului de

transmitere a vibrațiilor în organismul uman fără expunerea subiecților umani la efectele nocive ale vibrațiilor.

■ Studiul răspunsului dinamic al sistemelor pe baza modelelor analitice, permite prezicerea comportamentului vibrațional ale acestora. Dacă structura a cărui comportament trebuie studiată, este foarte complicată iar răspunsul în frecvență trebuie să fie foarte exact atunci modelul poate avea foarte multe elemente componente. Dar, pentru domenii de frecvență restrânse modelul poate fi construit din mai puține elemente.

■ În concluzie cunoașterea impedanței mecanice a sistemelor permite estimarea răspunsului acestora la forțele oscilante la care sunt supuse, răspuns care stă la baza proiectării dispozitivelor de reducere a efectelor nocive ale vibrațiilor.

BIBLIOGRAFIE

[1] Arghir, Mariana, *Elemente de teoria vibrațiilor mecanice*, curs.
[2] * * * SR ISO 10068; SR ISO 10068:2001, *Vibrații și șocuri mecanice. Impedanța mecanică liberă a sistemului mână-braț în punctul de intrare*. 2001.
[3] Net 1 – Elmer, L. Hixson, *Mechanical Impedance*.
[4] Net 2 – Olesen, H.P., Randall, R.B., *A Guide to Mechanical Impedance and Structural Response Techniques.*

Drd.Ing. Claudiu Alin GLIGOR
Drd.Ing. Anamaria BIRIŞ
Prof.Dr.Ing. Mariana ARGHIR
Universitatea Tehnică din Cluj-Napoca,
e-mail: ro.gilg@yahoo.com, ani_glig@yahoo.com, marianaarghir@yahoo.com
telefon: 0264 401759, 0264 401657
membri AGIR