A XIII-a Conferinţă Naţională multidisciplinară – cu participare internaţională,
"Profesorul Dorin PAVEL – fondatorul hidroenergeticii româneşti",
SEBEŞ, 2013

CONSIDERAŢII TEORETICE ASUPRA SUPRAFEŢELOR PRINCIPALE LA ANGRENAJELE ORTOGONALE MELC-ROATĂ MELCATĂ (I)

Ioan Gheorghe VUŞCAN Alexandru MICACIU

TEORETICAL COSIDERATIONS ABOUT MAIN SURFACES OF ORTHOGONAL WORM-GEAR DRIVES (I)

The paper presents the basic elements about the geometry of helicall surfaces of the orthogonal worm- gear drives, after dissertation of Christian Häner, Ph.D.

Cuvinte cheie: suprafeţe elicoidale
Keywords: helical surfaces

1. Consideraţii generale

Consideraţiile asupra suprafeţelor principale ale angrenajelor melc-roată melcată se referă la trei suprafeţe principale: suprafaţa flancului melcului Σ_1; suprafaţa flancului dintelui roţii melcate Σ_2, ambele fiind considerate suprafeţe reale şi a treia suprafaţă, care este virtuală, numită suprafaţă de angrenare, simbolizată cu Σ_0, aceasta fiind locul geometric al liniilor de contact instantaneu al suprafeţelor Σ_1 şi Σ_2. Studiul geometric se va efectua, considerând suprafaţa Σ_1, în sistemul de coordonate mobil $\left(\vec{i}_1, \vec{j}_1, \vec{k}_1\right)$, legat de melc, suprafaţa Σ_0, în sistemul din spaţiul fix $\left(\vec{i}_0, \vec{j}_0, \vec{k}_0\right)$, iar suprafaţa Σ_0, în sistemul de

coordonate mobil $\left(\vec{i}_2, \vec{j}_2, \vec{k}_2\right)$, legat de roata melcată (figura 1). Axa melcului este reprezentată prin (O_1x_1), axa roţii melcate, prin (O_2x_2), raza de rulare a melcului $\left(\frac{d_1}{2}\right)$, raza de rularea roţii melcate $\left(\frac{d_2}{2}\right)$, iar distanţa dintre axe a.

Trecerea din sistemul de coordonate $\left(\vec{i}_1, \vec{j}_1, \vec{k}_1\right)$,în sistemul de coordonate $\left(\vec{i}_0, \vec{j}_0, \vec{k}_0\right)$ se face prin deplasarea cu $\left(\frac{d_1}{2}\right)$, în lungul axei (O_1x_1). Transformarea din sistemul de coordonate fix, în sistemul de coordonate al roţii melcate se face prin următoarele ecuaţii:

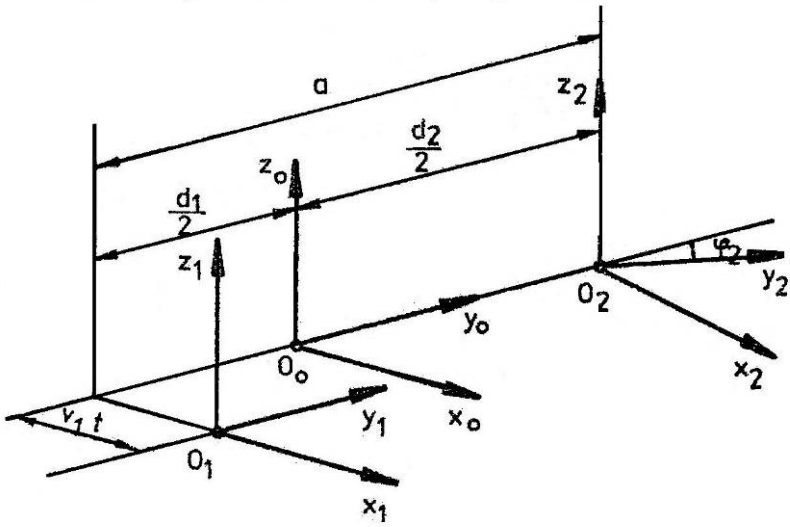

Fig. 1 Sistemele de coordonate [1]

$$x \cdot \vec{i}_0 = x \cdot \cos\phi_2 \cdot \vec{i}_2 - x \cdot \sin\phi_2 \cdot \vec{i}_2;$$
$$y \cdot \vec{j}_0 = \left(y - \frac{d_2}{2}\right) \cdot \sin\phi_2 \cdot \vec{i}_2 + \left(y - \frac{d_2}{2}\right) \cdot \cos\phi_2 \cdot \vec{i}_2, \qquad (1)$$

unde, parametrul ϕ_2 este unghiul de rotaţie al roţii melcate, iar x și y sunt variabile independente.

2. Studiul angrenajului melc-roată melcată

Ţinând seama că angrenajul melc roată melcată se va studia pe secţiuni paralele cu axa melcului şi perpendiculare pe axa roţii melcate, variabila z nu mai apare în relaţiile (1), devenind în acest caz o constantă.

Suprafaţa elicoidală Σ_1 este un melc Arhimede, generată prin rotaţia unei drepte generatoare R în jurul unei axe pe care o intersectează sub un unghi de $\left(90^0 - \alpha_x\right)$, executând simultan o deplasare în lungul acestei axe, proporţională cu unghiul de rotire ϕ_1, respectiv o mişcare elicoidală.

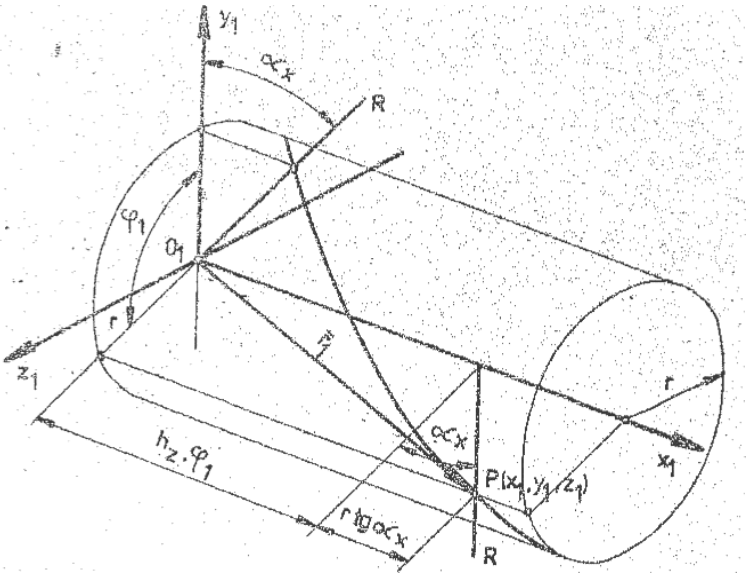

Fig. 2 Generarea suprafeţei elicoidale a melcului [1]

Vectorul de poziţie al unui punct P, cu raza r pe această suprafaţă are expresia:

$$\vec{r}_1 = x_1 \cdot \vec{i}_1 + y \cdot \vec{j}_1 + z_1 \cdot \vec{k}_1 . \qquad (2)$$

Pe baza figurii 2, componentele lui $\vec{r}_1$, în funcţie de r şi ϕ_1 vor oferi ecuaţiile parametrice ale suprafeţei elicoidale Σ_1:

$$\begin{aligned} x_1 &= h_z \cdot \phi + r \cdot tg\alpha_x; \\ y_1 &= r \cdot \cos\phi_1; \\ z_1 &= r \cdot \sin\phi_1, \end{aligned} \tag{3}$$

în care, h_z este parametrul elicoidal, iar α_x este unghiul flancului în secţiunea axială. În cazul înclinării spre stânga a spirei melcului semnul lui h_z va fi negativ.

Dacă se ţine seama de relaţiile (2) şi (3), ecuaţia vectorială devine:

$$\vec{r} = \left(h_z \cdot \phi_1 + rt\alpha_x\right) \cdot \vec{i}_1 + r \cdot \cos\phi_1 \cdot \vec{j}_1 + r \cdot \sin\phi_1 . \tag{4}$$

Secţiunea axială din planul $\left(\vec{i}_1, \vec{j}_1\right)$ corespunde valorii zero pentru componenta z_1, respectiv,

$$r \cdot \sin\phi_1 = 0 ,$$

de unde, rezultă:

$$\phi_1 = k \cdot \pi , \qquad .\left(k = 0,1,2,...\right) \tag{5}$$

Pentru secţiunea axială profilul este rectiliniu, ecuaţia acestuia obţinându-se substituind relaţia (5) în relaţia (4). Cazul $k = 0$, corespunde poziţiei iniţiale a dreptei generatoare. Pentru o secţiune paralelă cu secţiunea axială a melcului şi perpendiculară pe axa roţii melcate se va obţine

$$z_1 = e = const. ,$$

respectiv,

$$r \cdot \sin\phi_1 = e$$

de unde,

$$r = \frac{e}{\sin\phi_1} , \tag{6}$$

distanţa e fiind măsurată faţă de secţiunea axială a melcului, respectiv secţiunea mediană a roţii melcate (figura 3).

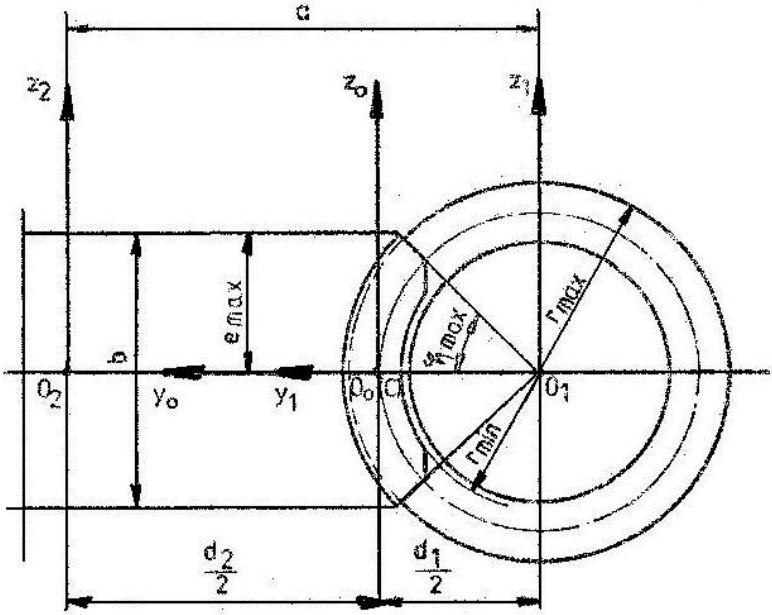

Fig. 3 Secţiuni paralele la distanţa e [1]

Dacă se consideră o secţiune dată, vectorul de poziţie al profilului flancului melcului este definit prin ecuaţia:

$$\vec{r}_1 = \left(h_z \cdot \phi_1 + \frac{e \cdot tg\alpha_x}{\sin\phi_1} \right) \cdot \vec{i}_1 + ectg\phi_1 \cdot \vec{j}_1 + e \cdot \vec{k}_1 . \qquad (7)$$

Ecuaţia (7) se va transcrie în sistemul de coordonate fix, din raţiuni de calcul, printr-o deplasare în lungul axei (O_1x_1) cu distanţa $(-v_1 \cdot t)$, conform figurii 1 după care se va deplasa cu $\left(\frac{d_1}{2}\right)$, în direcţia pozitivă a axei (O_1y_1), unde v_1 este viteza cremalierei angrenajului echivalent, iar t, timpul în care are loc translaţia pe direcţia (O_1x_1).

$$\vec{r}_0 = \left(h_z \cdot \phi_1 + \frac{e \cdot tg\alpha_x}{\sin\phi_1} + v_1 \cdot t \right) \cdot \vec{i}_0 + \left(e \cdot ctg\phi_1 - \frac{d_1}{2} \right) \cdot \vec{j}_0 + e \cdot \vec{k}_0 , \quad (8)$$

unde, ϕ_1 şi t sunt parametrii independenţi.

BIBLIOGRAFIE

[1] Häner, C., *Contribuţii la îmbunătăţirea angrenajelor melcate de divizare ale maşinilor-unelte de danturat*. Teză de doctorat. Universitatea din Braşov,1983.

Prof. Dr.Ing .Ioan Gheorghe VUŞCAN
Prefectul Judeţului Cluj,
membru AGIR

Drd.Ing. Alexandru MICACIU
Director Colegiul Tehnic ”Ion D.Lăzărescu” din Cugir,
membru AGIR