A XII-a Conferință Națională multidisciplinară – cu participare internațională
"Profesorul Dorin PAVEL – fondatorul hidroenergeticii româneşti",
SEBEŞ, 2012

MODELUL MATEMATIC ŞI SIMULAREA CAD A FREZEI-MELC DE PRELUCRARE A ROŢII PLANE DIN ANGRENAJUL MELC-ROATĂ PLANĂ

Ileana-Dacia NAPĂU, Radu NAPĂU-STOICA,
Mircea NAPĂU, Ioan NAPĂU

MATHEMATICAL MODEL AND CAD SIMULATION OF THE HOB FOR MACHINING THE FACE GEAR FROM THE WORM-FACE GEAR DRIVE

The paper presents a study related to mathematical modeling and CAD simulation of the hobs used for machining the face gears teeth, from the worm-face gear drives in which the worm is of ZK1-type. The study is limited to determination of mathematical relations necessary for hobs design, as well as for their CAD modeling. Some practical example results of 3D CAD models, built on developed theory for hobs used in machining particular face gears, are also presented.

Cuvinte cheie: angrenaj melc-roată plană, freză-melc, simulare CAD
Keywords: worm-wheel gear flat, rotary-screw, CAD simulation

1. Suprafeţele melcului înfăşurător al frezei-melc

Roţile plane ale angrenajelor melc-roată plană, pot fi prelucrate pe maşini-unelte convenţionale de danturat prin procedeul de danturare tangenţial cu ajutorul unei freze-melc, având elicoidul cvasi-identic cu elicoidul melcului piesă necorijat, excepţie făcând lăţimea golului între spirele frezei-melc şi diametrele de cap şi respectiv de picior ale frezei-melc. Mişcările relative dintre freza-melc şi semifabricatul roţii plane, specifice acestui mod de generare sunt prezentate în figura 1.

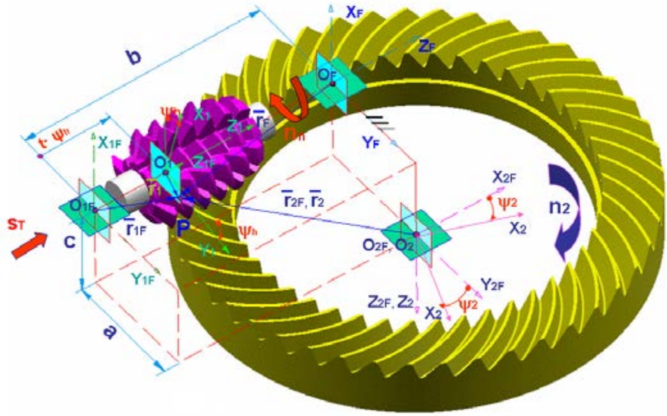

Fig. 1

Generarea flancurilor dinţilor roţii plane, prin procedeul de frezare tangenţial cu freza-melc

Modelul matematic al elicoidului frezei-melc de tip ZK1 (figura 2), poate fi descris univoc prin sistemele de ecuaţii (1), (2) şi (3), în care semnul (-) corespunde sensului de înclinare dreapta, iar semnul (+) sensului de înclinare stânga al elicei elicoidului frezei-melc [1].

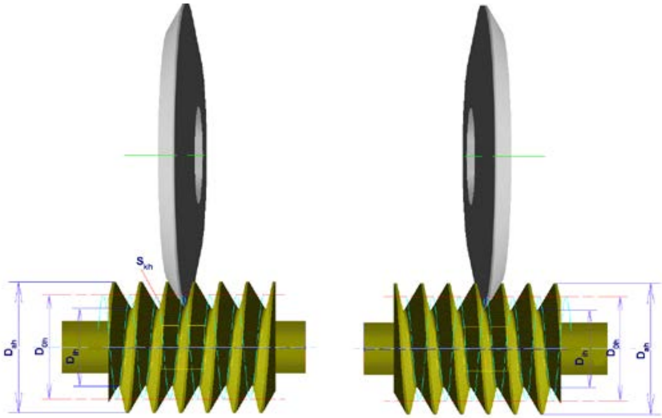

Fig. 2

Melcul înfăşurător sens stânga şi dreapta al frezei-melc

Ecuaţiile (1) reprezintă coordonatele suprafeţelor active ale spirelor în punctele suprafeţei active a melcului înfăşurător al frezei-melc de tip ZK1, ecuaţiile (2) sunt expresiile normalelor unitare, iar ecuaţiile (3) reprezintă ecuaţiile angrenării disc-melc înfăşurător al frezei-melc, unde *k* = 1, 2, este un contor corespunzător flancului având unghiul de presiune mare, respectiv flancului având unghiul de presiune mic al melcului înfaşurător.

$$\begin{cases} x_{hk} = u_{ksh} \cdot [\cos\alpha_{ks} \cdot \cos\theta_{ks} \cdot \sin\psi_s - \cos\alpha_{ks} \cdot \cos\gamma_{01} \cdot \sin\theta_{ks} \cdot \cos\psi_s \mp \\ \quad (3-2k) \cdot \sin\alpha_{ks} \cdot \sin\gamma_{01} \cdot \cos\psi_s] \pm (3-2k) \cdot b_{ksh} \cdot \sin\gamma_{01} \cdot \cos\psi_s - a_s \cdot \sin\psi_s \\ y_{hk} = -u_{ksh} \cdot [\cos\alpha_{ks} \cdot \cos\theta_{ks} \cdot \cos\psi_s + \cos\alpha_{ks} \cdot \cos\gamma_{01} \cdot \sin\theta_{ks} \cdot \sin\psi_s + \\ \quad + (3-2k) \cdot \sin\alpha_{ks} \cdot \sin\gamma_{01} \cdot \sin\psi_s] \pm (3-2k) \cdot b_{ksh} \cdot \sin\gamma_{01} \cdot \sin\psi_{1h} + a_s \cdot \cos\psi_s \\ z_{hk} = u_{ksh} \cdot [\cos\alpha_{ks} \cdot \sin\theta_{ks} \cdot \sin\gamma_{01} \mp (3-2k) \cdot \sin\alpha_{ks} \cdot \cos\gamma_{01}] \mp \\ \quad h \cdot \psi_s + (3-2k) \cdot b_{ksh} \cdot \cos\gamma_{01} \end{cases} \tag{1}$$

$$\begin{cases} n_{xhk} = -(3-2k) \cdot \sin\alpha_{ks} \cdot \cos\theta_{ks} \cdot \sin\psi_s + \cos\psi_s \cdot [(3-2k) \cdot \sin\alpha_{ks} \cdot \sin\theta_{ks} \cos\gamma_{01} \mp \\ \qquad \cos\alpha_{ks} \cdot \sin\gamma_{01}] \\ n_{yhk} = (3-2k) \cdot \sin\alpha_{ks} \cdot \cos\theta_{ks} \cdot \cos\psi_s + \sin\psi_s \cdot [(3-2k) \cdot \sin\alpha_{ks} \cdot \sin\theta_{ks} \cos\gamma_{01} \mp \\ \qquad \cos\alpha_{ks} \cdot \sin\gamma_{01}] \\ n_{zhk} = \mp (3-2k) \cdot \sin\alpha_{ks} \cdot \sin\theta_{ks} \cdot \sin\gamma_{01} - \cos\alpha_{ks} \cdot \cos\gamma_{01} \end{cases} \tag{2}$$

$$u_{ksh} = b_{ksh} \sin\alpha_{ks} \mp (3-2k)\left(a_s \cdot \sin\alpha_{ks} \cdot \mathrm{ctg}\gamma_{01} + h \cdot \sin\alpha_{ks}\right)\mathrm{tg}\theta_{ks} + \\ + \frac{\left(a_s - h \cdot \mathrm{ctg}\gamma_{01}\right)\cos\alpha_{ks}}{\cos\theta_{ks}} \tag{3}$$

2. Faţa de degajare a frezei-melc

Faţa de degajare S_γ a frezei-melc este un elicoid riglat, generat geometric de către dreapta $\mathbf{\Gamma}_d$, care se deplasează de-a lungul axei $O_\gamma Z_\gamma$, sprijinindu-se pe elicea $\mathbf{\Gamma}_E$ (normală pe elicea de referinţă mediană a melcului înfăşurător şi tangentă cilindrului de degajare S_c de rază r_γ (figura 3).

Suprafaţa feţei de degajare S_γ a frezei-melc de înclinare stânga, respectiv normala unitară la faţa de degajare S_γ, raportate la sistemul de referinţă Σ_γ, sunt exprimate univoc prin ecuaţiile (4), respectiv (5).

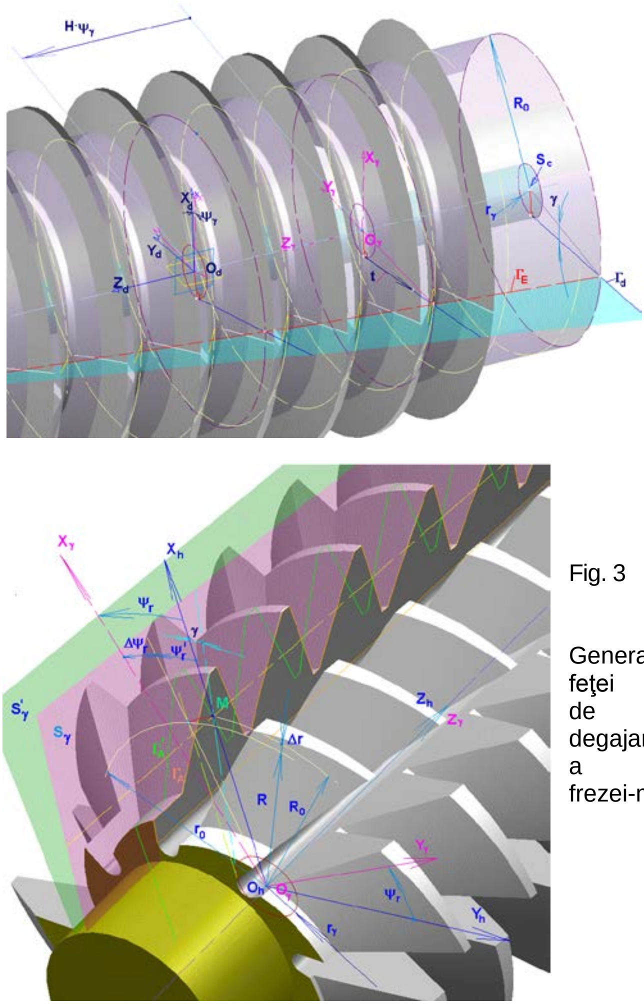

Fig. 3

Generarea feţei de degajare a frezei-melc

$$\begin{bmatrix} x_\gamma \\ y_\gamma \\ z_\gamma \\ 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} t\sin\left(\gamma - v_\gamma\right) - r_\gamma \cos\left(\gamma - v_\gamma\right) \\ t\cos\left(\gamma - v_\gamma\right) + r_\gamma \sin\left(\gamma - v_\gamma\right) \\ H \cdot V_\gamma \\ 1 \end{bmatrix} \tag{4}$$

$$N_\gamma = \begin{bmatrix} n_{\gamma x} \\ n_{y\gamma} \\ n_{z\gamma} \\ 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -\cos\left(\gamma - \psi_\gamma\right) \\ +\sin\left(\gamma - \psi_\gamma\right) \\ -\dfrac{t}{H} \\ 0 \end{bmatrix} \tag{5}$$

3. Muchia de aşchiere şi faţa de aşezare a frezei-melc

Muchia de aşchiere teoretic exactă $\mathbf{\Gamma}_{AK}$ (figura 4) se defineşte ca intersecţia dintre faţa de degajare S_γ şi elicoizii $S_{h\gamma}$ ce reprezintă flancurile melcilor înfăşurători ai frezei melc. Muchia $\mathbf{\Gamma}_{AK}$ se raportează la sistemul Σ_M suprapus sistemului de referinţă Σ_{hk}. Suprafaţa S_γ se consideră într-o poziţie oarecare determinată de starea de reascuţire a frezei, caracterizată de unghiul ψ_r.

Matricea de transformare între sistemele Σ_γ şi Σ_h are forma:

$$M_{h\gamma} = \begin{bmatrix} \cos\psi_r & \sin\psi_r & 0 & 0 \\ -\sin\psi_r & \cos\psi_r & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \tag{6}$$

Având în vedere definiţia dată, muchia aşchietoare se exprimă în funcţie de parametrul u_{ksh}, prin relaţia:

$$\mathbf{r}_M = \mathbf{r}_{hk}(u_{ksh},\psi_h) = \mathbf{r}_M(u_{ksh}) \tag{7}$$

în care $\mathbf{r}_{hk}$ este dat de relaţiile (1).

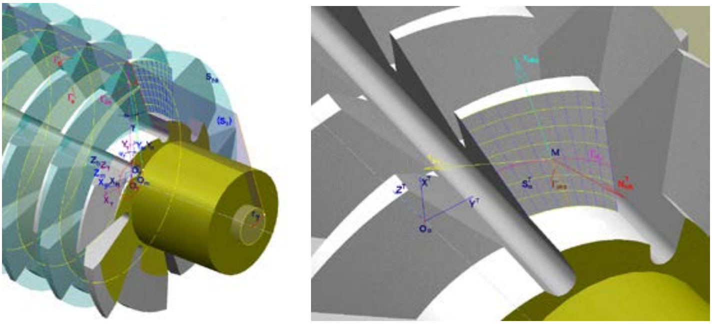

Fig. 4 Definirea muchiei de aşchiere şi a feţei de aşezare a frezei-melc

Prin prelucrări succesive, expresia de definire a muchiei de aşchiere exacte devine:

$$y_{hk}(u_{ks},\psi_h)\cdot tg\left[\gamma+\psi_r-\frac{z_{hk}(u_{ks},\psi_h)}{H}\right]-r_\gamma\cdot tg\left[\gamma+\psi_r-\frac{z_{hk}(u_{ks},\psi_h)}{H}\right]\sin\left[\gamma+\psi_r-\frac{z_{hk}(u_{ks},\psi_h)}{H}\right]-$$
$$-r_\gamma\cos\left[\gamma+\psi_r-\frac{z_{hk}(u_{ks},\psi_h)}{H}\right]-x_{hk}(u_{ks},\psi_h)=0$$

(8)

Prin definiţie, suprafaţa detalonată teoretic exactă $S^T_{\alpha k}$ (figura 4.), este locul geometric al muchiilor de aşchiere exacte, pentru variaţia continuă a parametrului reascuţirii ψ_r, şi se poate exprima cu ajutorul relaţiei:

$$\mathbf{r}_{hk}=\mathbf{M}_{h\gamma}\cdot\mathbf{r}_\gamma \qquad (9)$$

4. Modelul CAD ale frezei-melc de danturare a roţii plane

Modelele 3D CAD ale unor freze-melc sugestive, destinate prelucrării unor cazuri particulare de roţi plane, obţinute prin utilizarea metodei de simulare numerică CMS [1], sunt prezentate în figurile 5, 6 şi 7.

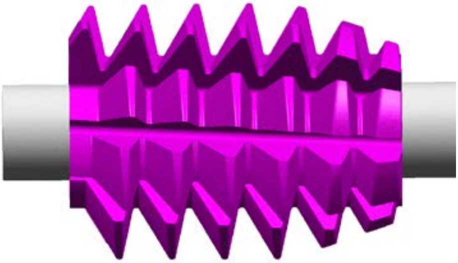

Fig. 5 Freză melc pentru prelucrarea danturii roţii plane
(z_1 =1, z_2 = 45, a =57.15)

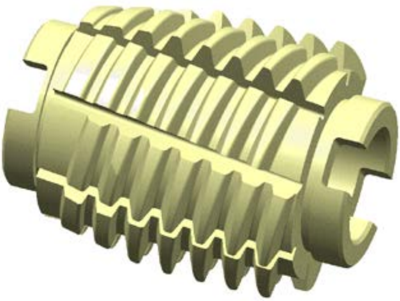

Fig. 6

Freză melc cu mai multe începuturi pentru prelucrarea danturii roţii plane (z_1 = 3, z_2 = 75, a = 93.472 mm)

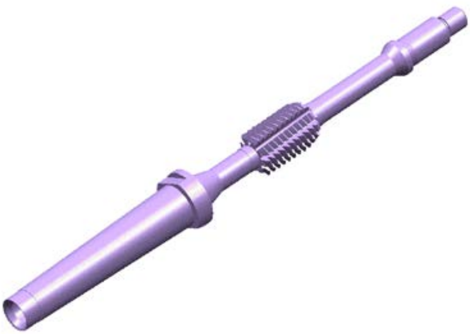

Fig. 7

Model 3D CAD al frezei melc de danturare a unei roţi plane de dimensiuni mici (z_1 = 1, z_2 = 60, a = 16 mm)

5. Concluzii

Formularea relaţiilor matematice de calcul specifice proiectării frezelor-melc pentru danturarea roţilor plane permite dezvoltarea modelelor CAD şi simularea virtuală a prelucrării frezelor-melc, respectiv a roţilor plane, apriori dezvoltării fazei prototip, cu implicaţii asupra reducerii costului şi a ciclului de fabricaţie a acestora.

BIBLIOGRAFIE

[1] Napău, I.D., *Contribuţii la modelarea, simularea şi experimentarea angrenajelor melc-roată plană cu contact localizat*, Teză de doctorat, Universitatea Tehnică din Cluj-Napoca, România, 2005.

Dr.Ing. Ileana-Dacia NAPĂU
Colegiul Tehnic “Ion D. Lăzărescu” Cugir, membru AGIR
email: ndacia@yahoo.com

Dipl.Ing. Jr. Radu NAPĂU-STOICA
S.C. Team Technology & Services S.R.L. Romania
email: r_napau@yahoo.com

Dr.Ing. Dipl.Math. Mircea NAPĂU
Johnson Controls Inc., USA, membru AGIR
email: m.napau@crh-group.com

Dr.Ing. Dipl.Math. Ioan NAPĂU
General Motors LLC, USA, membru AGIR
email: ioan.napau@gm.com