



A XII-a Conferință Națională multidisciplinară – cu participare internațională
"Profesorul Dorin PAVEL – fondatorul hidroenergeticii românești",
SEBEȘ, 2012

GENERAREA ROȚILOR DINȚATE ELIPTICE PLANE ȘI DINȚI ÎNCLINAȚI CU AJUTORUL FREZEI MELC Partea I

Lucian MÎNTOIU, Laurențiu MUREȘAN,
Călin CUREA, Mihai SUDRIJAN

GENERATION OF PLANAR AND HELICAL ELLIPTICAL GEARS BY HOB (I)

The paper presents the basic elements of generation planar and helical elliptical gears by hob in vision of Profesor Litvin.

Cuvinte cheie: centroidă eliptică, freză melc
Keywords: elliptical centroid, cutter worm

1. Generalități

Ideea principală a metodei de înfășurare pentru generarea roților dințate necirculare plane, pentru cazul aplicării sculei pieptene, este descrisă în modul următor (figura 1):

(i) Centroida 3 a sculei pieptene este o linie dreaptă $t - t$, care este tangentă comună la centroidele 1 și 2, ale angrenajului necircular cu roțile dințate 1 și 2 și rulează peste 1 și 2.

(ii) Rularea este asigurată, în timpul translației sculei pieptene de-a lungul tangentei $t - t$ și ea se rotește în jurul centrului instantaneu de rotație I.

(iii) Suprafețele dintelui roții 1, roții 2 și sculei pieptene sunt în angrenare simultană, iar roțile 1 și 2 formează suprafețe conjugate.

Mișcările corelate, ale sculei pieptene și roții dințate necirculare, pot fi determinate, considerând mișcarea sculei de generare și una a centroidelor setului de roți dințate, în modul următor (figura 2)

(a) Centroida sculei pieptene (notată cu I) este în angrenare cu centroidă II, a unei roți dințate necirculare.

(b) Rularea este asigurată prin respectarea relației:

$$\vec{v}^{(I)} = \vec{v}_{rot}^{(II)} + \vec{v}_{tr}^{(II)} \quad (1)$$

Ecuția (1) este obținută prin considerarea că, scula pieptene execută numai mișcare de translație, cu viteza $\vec{v}^{(I)}$, de-a lungul tangentei comune la centroidele I și II. Roata necirculară II execută mișcare de rotație în jurul centrului de rotație O_{II} și mișcare de translație, în direcția care este perpendiculară pe $t-t$. Vectorii $\vec{v}_{rot}^{(II)}$ și $\vec{v}_{tr}^{(II)}$ reprezintă vitezele roții II, ale mișcării de rotație și translație (figura 2, (a)). Figura 2, (b) ilustrează pozițiile, sculei pieptene I și a roții necirculare II, în sistemul de coordonate S_f . Acestea vor fi arătate ca funcții neliniare $x_f^{(O_i)}(\phi^{(II)})$ și $y_f^{(O_i)}(\phi^{(II)})$.

2. Deducerea algoritmului mișcării de rulare

Deducerea algoritmului mișcării de rulare este bazată pe aplicarea următoarelor sisteme plane de coordonate (figura 3, (a) și (b)): (i) sistemele de coordonate mobile, S_c și S_1 , rigid conectate la scula pieptene și, respectiv, la roata necirculară, (ii) sistemul de coordonate fix S_f și (iii) sistemul auxiliar mobil de coordonate S_n , care execută translația de-a lungul axei y_f (figura 3, (b)).

Sistemele de coordonate, S_c, S_1, S_f și S_n , sunt plane; cu toate acestea, algoritmul dezvoltat al rulării, pentru generarea roților dințate necirculare plane, poate fi aplicat, de asemenea, pentru generarea roților dințate necirculare cu dinți înclinați (vezi în continuare).

Deducerea este discutată pentru cazul roților dințate eliptice.

Cu toate acestea, rezultatele obținute pot fi aplicabile și pentru alte tipuri de roți dințate necirculare.

Figura 3, (a) și (b) arată, respectiv, poziția centroidelor sculei pieptene, c, și a roții dințate necirculare, 1.

În continuare, este o informație preliminară despre centroidele menționate aici și mișcările efectuate pe durata angrenării.

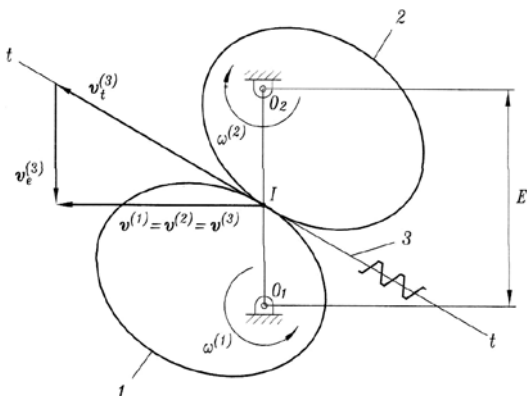


Fig.1 Ilustrarea generării roților dințate necirculare, 1 și 2, de către scula pieptene 3

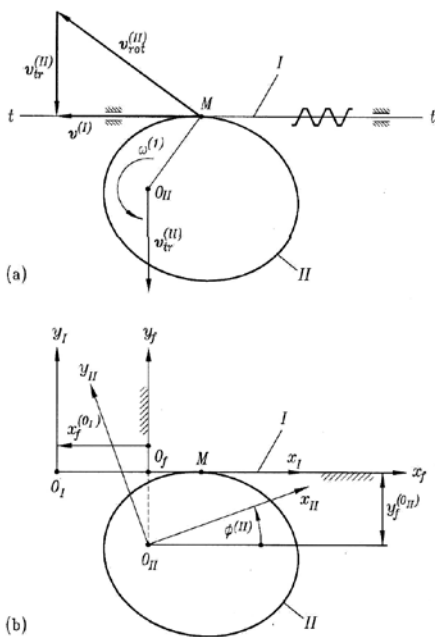


Fig. 2 Pentru deducerea mișcărilor corelate ale sculei pieptene și a roții dințate necirculare 1

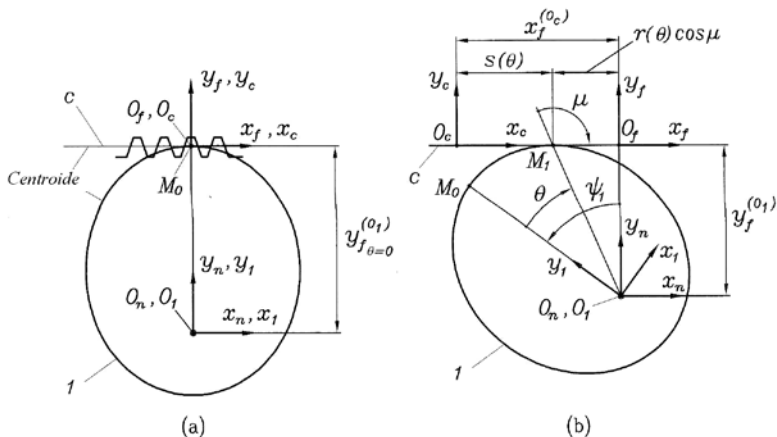


Fig. 3 Pentru deducerea algoritmului mișcării de rulare: (a) poziția inițială a centroidelor c ale sculei pieptene și roții dințate necirculare 1; (b) poziția curentă a centroidelor c și 1

(1) Centroida, c , a sculei pieptene este o linie dreaptă direcționată de-a lungul axelor, x_c, x_f (figura 3, (b)) care efectuează mișcare de translație de-a lungul lui x_f .

(2) Centroida roții dințate necirculare 1 este o elipsă, reprezentată în formă polară, conform ecuației (2), de către

$$r(\theta) = \frac{a(1 - e^2)}{1 - e \cos \theta}. \quad (2)$$

Aici, a este axa mare a elipsei, iar e este excentricitatea elipsei. Axa polară a elipsei este y_1 (figura 3, (b)). Centroida elipsei, pe durata angrenării cu centroida sculei pieptene efectuează:

- (i) Rotație în jurul lui O_1 (acesta este focarul elipsei) și
- (ii) Mișcare de translație de-a lungul axei y_n (figura 3, (b)).

(3) Punctul instantaneu de tangență a centroidelor, c , și 1, este M_1 (figura 3, (b)). Deoarece, centroidele, c , și 1, rulează una pe cealaltă, lungimea arcului $M_0 - M_1$ este egală cu distanța $|\overline{O_c M_1}|$.

(4) Parametrul ψ_1 determină poziția unghiulară a sistemului de coordonate $S_1(x_1, y_1)$ în raport cu $S_f(x_f, y_f)$.

(5) Parametrul μ (figura 3, (b)) determină orientarea tangentei la elipsa 1, în punctul M_1 , unde,

$$\operatorname{tg} \mu = \frac{r(\theta)}{\frac{dr}{d\theta}} \quad (3)$$

Respectarea condițiilor de rulare pură oferă următoarele relații, între mișcările sculei pieptene, c, și a roții dințate necirculare, 1:

$$x_f^{(0_c)}(\theta) = -s(\theta) + r(\theta) \cos \mu = -\int_{\theta}^{\theta_0} \frac{r(\theta)}{\sin \mu} d\theta + r(\theta) \cos \mu \quad (4)$$

$$y_f^{(0_c)}(\theta) = -r(\theta) \sin \mu \quad (5)$$

$$\psi_1(\theta) = \theta + \mu - \mu_0, \quad \mu_0 = \frac{\pi}{2} \quad (6)$$

$$\mu(\theta) = \operatorname{arctg} \left(-\frac{1 - e \cos \theta}{e \sin \theta} \right). \quad (7)$$

În scopul deducerii ecuației angrenării, se cere derivarea funcțiilor menționate aici. Rezultatele derivatelor ecuațiilor (4) – (7), în raport cu unghiul polar θ , sunt următoarele:

Derivata vectorului polar $r(\theta)$ este dată de către,

$$\frac{dr(\theta)}{d\theta} = \frac{d}{d\theta} \frac{p}{1 - e \cos \theta} = \frac{-pe \sin \theta}{(1 - e \cos \theta)^2}. \quad (8)$$

Derivata unghiului $\mu(\theta)$ este dată de către,

$$\frac{d\mu(\theta)}{d\theta} = \frac{d}{d\theta} \operatorname{arctg} \frac{-1 + e \cos \theta}{e \sin \theta} = \frac{-e(e - \cos \theta)}{1 + e(e - 2 \cos \theta)} \quad (9)$$

Derivata funcției $s(\theta)$ este dată de către,

$$\frac{ds(\theta)}{d\theta} = \frac{d}{d\theta} \int_{\theta}^{\theta_0} \frac{r(\theta)}{\sin \mu(\theta)} = \frac{r(\theta)}{\sin \mu(\theta)}. \quad (10)$$

Derivata mărimii $x_f^{(O_c)}(\theta)$ este, atunci, dată de către,

$$\begin{aligned} \frac{dx_f^{(O_c)}}{d\theta} &= \frac{d}{d\theta} [-s(\theta) + r(\theta)\cos\mu(\theta)] = \\ &= -\frac{ds(\theta)}{d\theta} + \frac{dr(\theta)}{d\theta}\cos\mu(\theta) - r(\theta)\sin\mu(\theta)\frac{d\mu(\theta)}{d\theta}. \end{aligned} \quad (11)$$

Derivata mărimii $y_f^{(O_c)}(\theta)$ este dată de către,

$$\frac{dy_f^{(O_c)}}{d\theta} = \frac{d}{d\theta} [-r(\theta)\sin\mu(\theta)] = -\frac{dr(\theta)}{d\theta}\sin\mu(\theta) - r(\theta)\cos\mu(\theta)\frac{d\mu(\theta)}{d\theta}. \quad (12)$$

Derivata mărimii $\psi_1(\theta)$ este dată de către

$$\frac{d\psi_1}{d\theta} = \frac{d}{d\theta} \left[\theta + \mu - \frac{\pi}{2} \right] = 1 + \frac{d\mu(\theta)}{d\theta}. \quad (13)$$

3. Generarea sculei pieptene

În continuare, se vor deduce suprafețele de generare ale sculei pieptene în sistemul de coordonate S_c . Sunt considerate două tipuri ale suprafețelor de generare: (i) o sculă pieptene plană, aplicată pentru generarea roților dințate plane, reprezentate în sistemul de coordonate S_t (figura 4, (a)) și (ii) o sculă pieptene cu dinți înclinați, care este formată de către mișcarea lui S_t , în sistemul de coordonate S_c , ilustrat în figurile 4, (b) și (c).

Suprafața Σ_c a sculei pieptene cu dinți înclinați și suprafața versorului normalei, sunt reprezentate în S_c , considerând transformarea de coordonate, din S_t în S_c . Vectorul de poziție $\vec{r}_c(u_c, l_c)$ și normala \vec{n}_c la suprafața lui Σ_c sunt determinate astfel,

$$\vec{r}_c(u_c, l_c) = \begin{bmatrix} \left(\pm u_c \sin \alpha_c \mp \frac{\pi m_n}{4} \right) \cos \beta_c + l_c \sin \beta_c \\ u_c \cos \alpha_c \\ \left(\mp u_c \sin \alpha_c \pm \frac{\pi m_n}{4} \right) \sin \beta_c + l_c \cos \beta_c \end{bmatrix} \quad (14)$$

$$\bar{n}_c = \begin{bmatrix} \mp \cos \alpha_c \cos \beta_c \\ \sin \alpha_c \\ \pm \cos \alpha_c \sin \beta_c \end{bmatrix} \quad (15)$$

Ecuția (14) reprezintă, în S_c , scula pieptene cu dinți înclinați Σ_c , ca un *plan*, cu suprafața de parametrii (u_c, l_c) .

Versorul normalei este reprezentat de către ecuația (15). Semnele superioare și inferioare, în ecuațiile (14) și (15), corespund flancurilor, stâng și drept, al lui Σ_c .

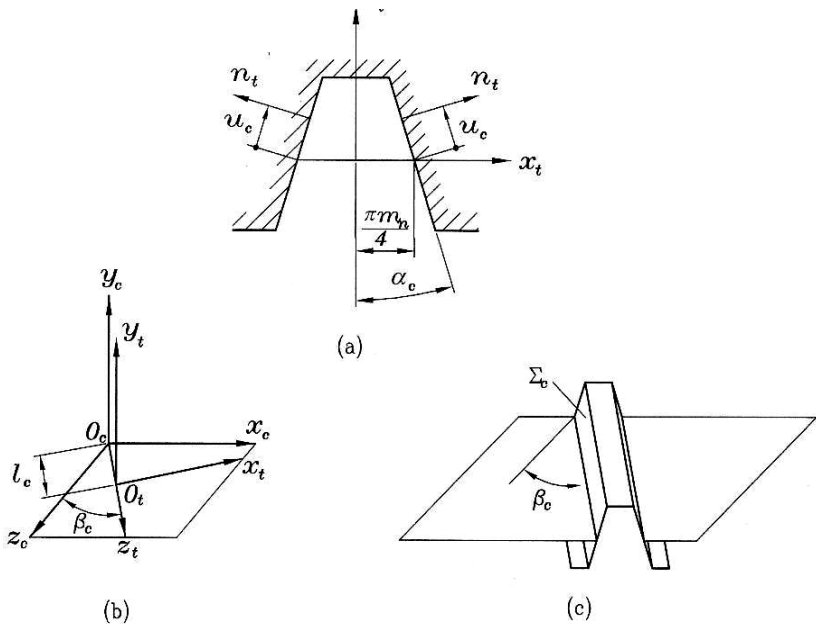


Fig. 4 Pentru deducerea sculei plane cu dinți înclinați: (a) reprezentarea sculei plane pieptene în sistemul de coordonate S_t ; (b) asupra reprezentării sculei pieptene cu dinți înclinați în sistemul de coordonate S_c ; (c) reprezentarea sculei pieptene cu dinți înclinați

Ținând seama în ecuațiile (14) și (15), că $\beta_c = 0$, se obține suprafața sculei plane pieptene și versorul normalei sale, pentru generarea roților dințate eliptice plane.

BIBLIOGRAFIE

[1] Litvin, F.L., Fuentes-Aznar, A., Gonzales-Perez, I., *Kenichi Hayasca: Noncircular Gears. Design and Generation*. 2010 Cambridge University Press.

Drd.Ing. Lucian MÎNTOIU
Director de Producție la S.C. Nova-Grup srl Cugir
membru AGIR

Ing. Laurențiu MUREȘAN
Administrator Special la S.C. Fabrica de Arme Cugir S.A.
membru AGIR

Col. Dr.Ing. Călin CUREA
Șef Recepție S.C. Militară la Fabrica de Arme Cugir S.A.
membru AGIR

Dr.Ing. Mhai SUDRIJAN
Inginer de angrenaje la S.C. Sculăria srl Cugir
Președinte Sucursala Alba a AGIR