A XII-a Conferință Națională multidisciplinară – cu participare internațională
"Profesorul Dorin PAVEL – fondatorul hidroenergeticii românești",
SEBEȘ, 2012

CONSIDERAȚII ASUPRA VIBRAȚIILOR SUSPENSIILOR VEHICULELOR DE CALE FERATĂ
Partea a II-a

Ioan VIDICAN, Mircea BEJAN

REFLECTIONS ON RAILWAY VIBRATION VEHICLE SUSPENSIONS - II

Making a simple mechanical model railway vehicle must contain masses suspended bogie and vehicle weight box connected by elastic and dynamic elements. Thus, the suspension of railway vehicles consists of elastic elements, connecting elements, and shock. Vibration measurements of elastic element (or set of elastic elements) of a railway vehicle suspension requires a stand to simulate operating conditions. This paper presents such a stand which operates as a vibrator.

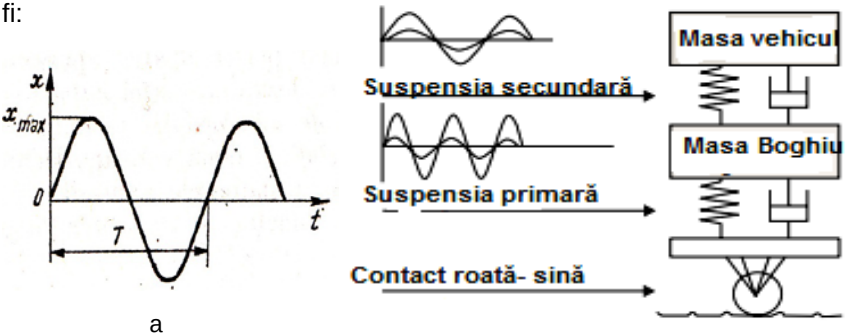
Cuvinte cheie: model mecanic, vibrații, suspensiile vehiculelor feroviare, stand de simulare și măsurare, vibrator
Keywords: mechanical design, vibrations, suspension rail vehicle simulation and measurement stand, vibrating

3. Mărimi caracteristice vibrațiilor

La vehiculele feroviare în cadrul suspensiei întâlnim vibrații rezultate în urma mișcării armonice întreținute, care are vibrograma ca în figura 3.1, a. În figura 3.1, b. se prezintă vibrogramele de la suspensia unui vehicul feroviar.

Tabelul 3 prezintă principalele mărimi ale sistemelor oscilante – vibrații de translație.

La mișcarea armonică, mărimile care definesc forma de undă a semnalului sunt: *amplitudinea* x_{max} a mărimii măsurate, *perioada* mișcării T , *frecvența f*. În ceea ce privește amortizarea mișcării există mai multe moduri de a o exprima numeric cum ar fi:



a b

Fig. 3.1 Vibrogramele suspensiei unui vehicul feroviar

Tabelul 3

Vibrații de translație			
Denumirea mărimii	Simbol	Relația de definiție	Unitatea de măsură
Masă	m		kg
Constantă elasică	k		Nm
Coeficent de amortizare	c		Ns/m
Forță	F		N
Forță elastică		kx	N
Forță rezistentă		$k\dot{x}$	N
Forță de inerție		$m\ddot{x}$	N
Deplasare	x		m
Viteză	$\dot{x} \cdot v$		m/s
Accelerație	$\ddot{x} \cdot a$		m/s

Raportul de amortizare, sau fracțiunea din amortizarea critică

$$\zeta = \frac{c}{c_c}$$

unde c este coeficientul de amortizare vâscoasă efectiv, iar c_c – coeficientul de amortizare critică.

La sistemul liniar, cu un singur grad de libertate acest coeficient are expresia:

$$c_c = \sqrt{4km} = 2pm \tag{3.1}$$

Unde p este pulsația

$$p = \sqrt{\frac{k}{m}}$$

Decrementul logaritmic al amortizării este

$$\Delta = \frac{\pi c}{m\sqrt{p^2 - n^2}} = \frac{2\pi\zeta}{\sqrt{1-\zeta^2}} \tag{3.2}$$

Unde n = c/2m. La sisteme cu amortizare slabă unde n este neglijabil în comparaţie cu p, $\zeta < 1$.

$$\Delta = \frac{\pi c}{\sqrt{km}} = 2\pi\zeta \tag{3.3}$$

O informație globală asupra nivelului semnalului se obţine măsurând valoarea medie absolută a amplititudinii definită prin relația

$$x_m = \frac{1}{T}\int_0^T |x| dt \tag{3.4}$$

Valoarea eficace, sau rădăcina medie pătratică este

$$x_{ef} = \sqrt{\frac{1}{T}\int_0^T x^2 dt} \tag{3.5}$$

La vibrația armonică există relațiile:

$$x_{ef} = \frac{\sqrt{2}}{2} x_{max} = \frac{\pi}{2\sqrt{2}} x_m = 1{,}11 x_m$$

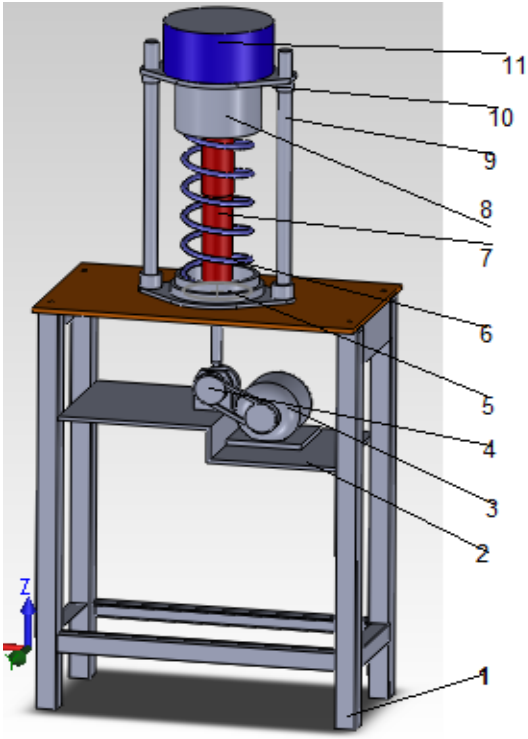
$$x_m = \frac{2}{\pi} x_{max} = 0{,}636 x_{max} = 0{,}9 x_{ef}$$

La mișcarea armonică este suficient să fie măsurată oricare din aceste mărimi.

4. Măsurarea vibrațiilor

Pentru măsurarea vibrațiilor la un element elastic (sau ansamblu de elemente elastice) de la suspensia unui vehicul feroviar

este necesar un stand pentru a simula condițiile din exploatare. Un astfel de stand este prezentat în figura 4.1 care funcționează ca un vibrator. Vibratoarele (excitatori de vibrații) sunt folosite în încercări de fiabilitate, încercări la oboseală sau etalonări de aparate, fie pentru determinarea caracteristicilor dinamice ale unor structuri, mașini, teren de fundații, sau în cazul de față, determinarea caracteristicilor suspensiei primare de la un vehicul feroviar. În figura 4.1 este prezentat un vibrator care produce o mișcare rectilinie acționat de un mecanism cu excentric



1 - cadru suport
5 - suport motor electric
3 - motor electric
4 - mecanism excentric
5 - taler inferior
6 - arc elicoidal
7 - amortizor
8 – taler superior
9 - coloane de ghidare
10 - traversă superioară
11- greutate

Fig. 4.1 Standul pentru măsurat vibrații

Aparatul de măsurat vibrații (standul din figura 4.1) funcționează pe principiul aparatelor seismice care are un sistem oscilant format dintr-o masă, un arc, și un amortizor prezentat în figura 4.2. În cele ce urmează este descris principiul de funcționare al vibratorului.

Părțile componente ale vibratorului sunt: *suportul* S, legat rigid de corpul a cărui vibrație se măsoară, *masa m*, legată de suport prin *intermediul arcului k* și *amortizorului c*.

S-a notat cu T traductorul, care, legat de masa *m* transformă mișcarea într-un semnal electric.

Se consideră că obiectul de studiat, deci și suportul aparatului execută o mișcare armonică

$$x_1 = X \sin \omega t. \tag{4.1}$$

Deplasarea relativă a masei *m*, față de suportul S, este

$$x_r = X_r \sin(\omega t - \theta) \tag{4.2}$$

Și ea este preluată de traductorul T.

Față de un reper imobil, masa m are deplasarea și respectiv accelerația

$$x = x_1 + x_r$$
$$\ddot{x} = \ddot{x}_1 + \ddot{x}_2$$

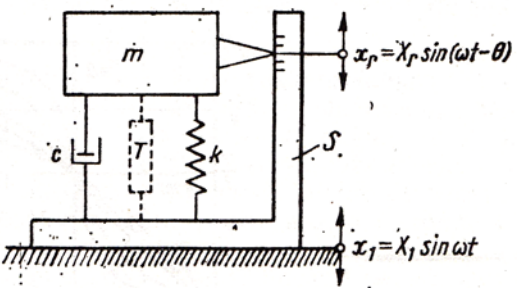


Fig. 4. 2

Principiul de funcționare al vibratorului

Se scrie ecuația mișcării masei *m*

$$m(\ddot{x}_1 + x_2) + c\dot{x}_r + kx_r = 0 \tag{4.3}$$

sau

$$m\ddot{x}_r + c\dot{x}_r + kx_r = -m\ddot{x}_1 = mX_1\omega^2 \sin \omega t \tag{4.4}$$

Această ecuaţie are soluția de forma

$$A_2 = \frac{\eta^2}{\sqrt{(1-\eta^2)^2 + (2\zeta)^2}}$$

Astfel se poate scrie

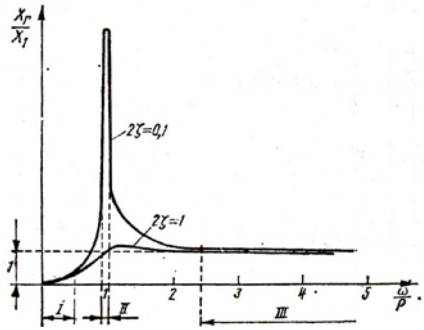
$$\frac{X_r}{X_1} = \frac{\left(\frac{\omega}{P}\right)^2}{\sqrt{\left(1-\frac{\omega^2}{P^2}\right)^2 + \left(2\zeta\frac{\omega}{P}\right)^2}} = \frac{\eta^2}{\sqrt{\left(1-\eta^2\right)^2 + \left(2\zeta\eta\right)^2}} \tag{4.5}$$

$$\theta = \operatorname{arctg}\frac{2\frac{\omega}{p}}{1-\frac{\omega^2}{p^2}} = \operatorname{arctg}\frac{2\zeta\eta}{1-\eta^2} \tag{4.6}$$

Cu notațiile cunoscute

$$p = \sqrt{\frac{k}{m}}; \zeta = \frac{c}{c_c}; c_c = 2\sqrt{km}; \eta = \frac{\omega}{p}$$

Relația (4.5) s-a reprezentat grafic în figura 4.3 pentru două valori ale lui ζ (raportul de amortizare c/c_c) iar relația (4.6) este reprezentată în figura 4.4



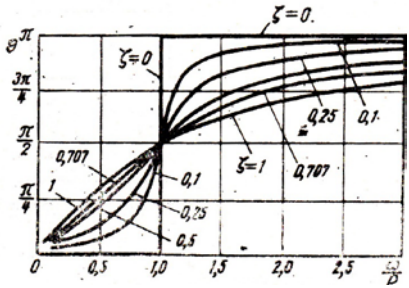


Fig. 4.3 Reprezentarea grafică a relației (4.5) Fig. 4.4 Idem, relația (4.6)

În figura 4.3 se pot observa trei zone. Zona III, cînd $\omega \geq p$, se observă că $X_r \approx X_1$. deci mișcarea relativă X_r între masă și suport, preluată de traductorul T este aceeași cu mișcarea de studiat X_1 Figura 4.4 arată că în această zonă, la amortizări slabe $\zeta \to 0$, defazajul este $\theta = \pi$ deci suportul și masa m vibrează în opoziție de fază. Față de un reper imobil, masa *m* devine un punct fix, care măsoară deplasarea suportului în raport cu ea. Dacă T este traductor de deplasări, aparatul are funcția de vibrometru seismic.

5. Concluzii

■ Dacă T este traductor de viteze, aparatul devine captor de viteze. Se demonstrează acest lucru dacă derivăm relațiile (4.1) și (4.2) în raport cu timpul

$$\dot{x}_1 = X_1\omega\cos\omega t \quad \text{și} \quad x_r = X_r\omega\cos(\omega t - \theta)$$

$$\frac{|\dot{x}_r|}{|\dot{x}_1|} = \frac{X_r}{X_1} \tag{5.1}$$

■ În funcționarea ca vibrometru, captorul trebuie să aibă o frecvență proprie, p/2π joasă, ceea ce se obține cu valori mici ale lui k (constanta elastică), deci cu o *suspensie moale* a masei seismice, respectiv cu mase *m* destul de mari. Acest lucru are drept consecință că dimensiunile și greutățile captorilor de deplasări sunt relativ mari, în comparație cu cei pentru accelerații.

■ În figura 4.3 în zona I, la $\omega \le p$ relația (5.1) devine

$$\frac{X_r}{X1} \approx \left(\frac{\omega}{P}\right)^2 \text{ sau } \quad X_r \approx \frac{1}{p^2}\left(X_1\omega^2\right) \tag{5.2}$$

unde $X_1\,\omega^2$ este accelerația obiectului care se studiază. În acest caz, aparatul măsoară o mărime proporțională cu accelerația structurii. De această dată frecvența proprie este mare, arcul este *tare* (constanta *k* este mare), iar masa *m* este mică. Ca urmare, captorii accelerometrici pot avea dimensiuni foarte mici, fapt ce prezintă interes atunci când masa lor poate influența vibrațiile unei structuri ușoare.

În zona II, la $\omega = p$, captorul dă un răspuns de amplititudine foarte mare, proprietate folosită în construcția *frecvențmetrelor*. Așezând una lângă alta, o serie de lamele ale căror frecvențe proprii diferă între ele cu câte 1Hz se realizează frecvențmetrul multilamelar, aparat de măsurat frecvențe.

■ *Distorsiunile de amplitudine.* S-a arătat că în afara domeniului de liniaritate, semnalul de ieșire este distorsionat, în comparație cu cel de intrare. În figura 5.1 s-a reprezentat o parte din figura 4.3 mărită, limitată la ordonatele $1 \pm 0{,}05$, pentru patru valori de amortizare $\zeta = 0; 0{,}6; 0{,}65; 0{,}7$. Se vede că pentru aparatul lipsit de amortizare, distorsiunea rămâne ± 5 când $\omega / 5 \ge 5$. La aparatul cu amortizare $\xi = 0{,}6$ se poate coborî până la iar la $\xi = 0{,}7$ până la $\omega / p = 1{,}75$. În figura 5.2 s-a reprezentat o parte din curba $p^2 X_r / \omega^2 X_1$, pentru distorsiuni de $\pm 0.5\%$.

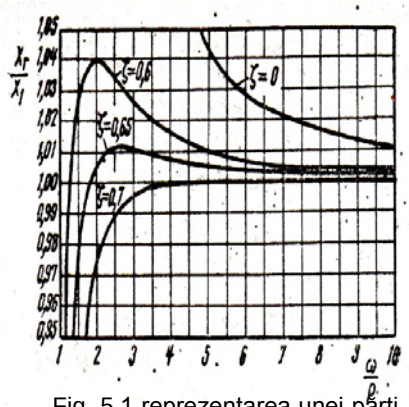


Fig. 5.1 reprezentarea unei părți din figura 4.3, mărită

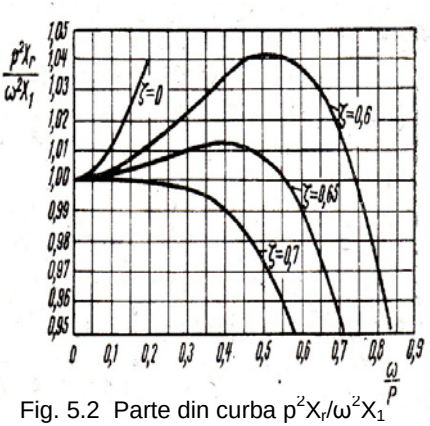


Fig. 5.2 Parte din curba p^2X_r/ω^2X_1

■ Se vede că accelerometrul fără amortizare poate lucra pentru $0 \le \omega / p \le 0,2$ pe când la amortizarea de $\zeta = 0,6$ se poate lucra până la $\omega / p = 0.84$. Deci, distorsiunile determină o frecvență limitată superioară de lucru a vibrometrului.

■ Dacă diferitele armonice sunt distorsionate în mod neuniform, semnalul de ieșire poate diferii mult cel de intrare, deci măsurarea este falsă. Din acest motiv, se impun zone de frecvențe în care se poate lucra cu un captor, așa încât distorsiunile să rămână între anumite limite.

BIBLIOGRAFIE

[1] Bejan, M., *Rezistenta materialelor*, vol 1 și 2, ediția a V-a și a IV-a, Editura AGIR, București, 2009 şi Editura MEGA, Cluj Napoca, 2009.
[2] Buzdugan, G., ș.a., *Măsurarea vibrațiilor*, Editura Academiei Republicii Socialiste România, București, 1979.
[3] Munteanu, M., *Introducerea în dinamica mașinilor vibratoare*, Editura Academiei Republicii Socialiste România, București, 1979.
[4] Sebeșan, I., *Dinamica vehiculelor de cale ferată*, Editura tehnică, București, 1995.

Drd.Ing. Ioan VIDICAN
e-mail: ionvidi@yahoo.com
Prof.Dr.Ing.Mircea BEJAN
e-mail: Mircea.Bejan@rezi.utcluj.ro
Universitatea Tehnică din Cluj Napoca
membri AGIR