A XI-a Conferință Națională multidisciplinară – cu participare internațională,
"Profesorul Dorin PAVEL – fondatorul hidroenergeticii românești",
SEBEŞ, 2011

STUDIUL DINAMIC AL ROBOTULUI SERIAL MODULAR SUSPENDAT TTRT

Viorel ISPAS, Nicusor-Iosif URSA, Ramona-Maria GUI (căs.LUNG)

THE DYNAMIC STUDY OF THE SUSPENDED TTRT SERIAL MODULAR ROBOT

From the dynamic studies performed on a family of robots proposed to serve the radiators flow process, made at SC RAAL SA Bistrița, the authors present in this paper the dynamic study of serial modular robot suspended TTRT. Using the Lagrange's equations of second kind, the robot's dynamic equations were derived.

The algorithm which leads to the dynamic equations includes: the kinetic energy of the robot, after, in advance, the kinetic energies of the component modules were determined and the generalized driving forces were established.

The dynamic study of the robot allows the calculation of the actuators and determining the optimal variant of arrangement of the modules in the robot structure, so that the energy consumption will be minimal.

Keywords: Lagrange equations, radiator, kinetic energy, motors generalized forces, actuator, dynamic equations

Cuvinte cheie: ecuațiile lui Lagrange, radiator, energie cinetică, forțe generalizate motoare, motor de acționare, ecuații dinamice

1. Introducere

Pentru a găsi varianta optimă de robotizare sub aspect constructiv şi funcțional, se efectuează un studiu dinamic al roboților pro-

puşi ca soluție de automatizare şi modernizare a procesului de pastare în cazul fabricației radiatoarelor din aluminiu la S.C. RAAL S.A. Bistrița.

Studiul presupune parcurgerea următoarelor etape:

- elaborarea schemelor cinematice structurale ale roboților propuşi;
- stabilirea sistemului de ecuații diferențiale de mişcare pentru fiecare robot în parte;
- stabilirea variantei contructive optime de aranjare a modulelor în structura robotului;
- calcule specifice de dinamică privind alegerea motoarelor de actionare.

Roboții industriali specializați ridică producătorului problema realizării unei diversități mari de tipuri, de la cele mai simple cu mobilitate şi flexibilitate redusă, până la roboți inteligenți.

O rezolvare a acestei probleme este abordarea construcției modulare a roboților. Construcția modulară presupune realizarea unui număr de module standard comune pentru aceeaşi familie de roboți, care combinate judicios, să conducă la o varietate de construcții diferite în complexitate şi utilizare.

Pentru ca un sistem modular să rezolve problemele de proiectare, realizare şi exploatare, acesta trebuie să fie compus dintr-un număr redus de module, care să aibă o concepție unitară şi posibilități multiple de interconectare funcțională.

În lucrarea [1], se prezintă un set de criterii de optimizare privind alegerea structurilor cinematice de roboți modulari. Analizând criteriile de optimizare amintite mai sus, se pot concepe şi proiecta mai multe module de roboți propuşi a fi studiați, aşa cum s-a precizat în capitolul 2, paragraful 2.3.3.2, lucrarea [7].

Pentru optimizarea constructivă a roboților seriali de tip modular s-a folosit o metodă energetică de optimizare propusă în lucrarea [2].

Ecuațiile dinamice ale roboților propuşi a fi studiați se pot obține utilizând ecuațiile lui Lagrange de speța II–a, scrise, conform cu [3], sub forma:

$$\frac{d}{dt}\left(\frac{\partial Ec}{\partial \dot{q}_k}\right) - \frac{\partial Ec}{\partial q_k} = Q_K\ , \quad \mathrm{k} = 1,2,3...,\mathrm{h}. \qquad (1)$$

În ecuațiile (1) se fac următoarele precizări:

q_k - reprezintă coordonatele generalizate;

k - reprezintă numărul gra-delor de libertate;

$\dot{q}_k$ - reprezintă vitezele generalizate;

Ec - reprezintă energia cinetică a robotului;

Q_k - reprezintă forțele generalizate.

Energia cinetică a sistemului este egală cu suma energiilor cinetice ale elementelor componente. În conformitate, [8], cu energia cinetică a unui element "*i*", considerat corp rigid, se poate determina astfel:

$$Ec_i = \frac{1}{2}\left[\omega_x, \omega_y, \omega_z, v_x, v_y, v_z\right]_i \begin{bmatrix} J_x & -J_{xy} & -J_{xz} & 0 & Mz_c & My_c \\ -J_{yx} & J_y & -J_{yz} & Mz_c & 0 & -Mx_c \\ -J_{zx} & -J_{zy} & J_z & -My_c & Mx_c & 0 \\ 0 & Mz_c & -My_c & M & 0 & 0 \\ -Mz_c & 0 & Mx_c & 0 & M & 0 \\ My_c & -Mx_c & 0 & 0 & 0 & M \end{bmatrix}_i \begin{bmatrix} \omega_x \\ \omega_y \\ \omega_z \\ v_x \\ v_y \\ v_z \end{bmatrix}_i . \quad (2)$$

Mărimile mecanice care intervin în relația (2) sunt:

M - reprezintă masa elementului (rigidului);

x_c, y_c, z_c - reprezintă coordonatele centrului de greutate;

$J_x, J_y J_z$ - reprezintă momentele de inerție mecanice axiale;

$J_{xy}, J_{yz} J_{zx}$ - reprezintă momentele de inerție mecanice centrifugale;

$\omega_x, \omega_y \omega_z$ - reprezintă componentele vitezei unghiulare instantanee $\overline{\omega}$ pe axele unui sistem cartezian $Oxyz$, solidar cu rigidul;

v_x, v_y, v_z - reprezintă componentele carteziene ale originii O a sistemului de referință Oxyz.

Pentru simplificare, se consideră că elementele sistemului sunt modulele componente ale robotului şi că în cazul fiecărui modul sistemul de referință se alege cu originea în centrul de greutate. Astfel coordonatele centrului de greutate sunt nule, adică:

$$x_c = y_c = z_c = 0.$$

De asemenea, sistemele de referință solidare cu modulele robotului se aleg astfel încât axele de coordonate să coincidă cu

direcțiile principale de inerție corespunzătoare originii acestor sisteme, motiv pentru care:

$$J_{xy} = J_{yz} = J_{zx} = 0.$$

În aceste condiții, expresia (2) a energiei cinetice ajunge la forma:

$$Ec_i = \frac{1}{2}M_i\left(v_x^2 + v_y^2 + v_z^2\right) + \frac{1}{2}\left(J_x\omega_x^2 + J_y\omega_y^2 + J_z\omega_z^2\right)_i. \qquad (3)$$

2. Ecuațiile dinamice ale robotului TTRT

În cazul în care modulele de translație şi de rotație de pe axa verticală a robotului TTTR sunt interschimbabile, atunci robotul poate fi reconfigurat, obținând robotul suspendat TTRT. Schema cinematică structurală a robotului este prezentată în figura 1.

Robotul TTRT este constituit din următoarele module: două module identice de translație în plan orizontal pe direcția axei Δ_1, ansamblul acestora având centrul de greutate în O_1, un modul de translație 2 în plan orizontal pe direcția axei $\Delta_2 \perp \Delta_1$, un modul de rotație 4 în jurul axei verticale Δ_4 şi un modul de translație 3 pe verticală în lungul axei Δ_3 a ansamblului radiator R - suport de susținere SSR a radiatorului care urmează a fi introdus în baia de pastare. Şi în cazul robotului TTRT, fiecare modul are un singur grad de libertate, mişcarea realizându-se printr-o acționare, comandă şi poziționare independente.

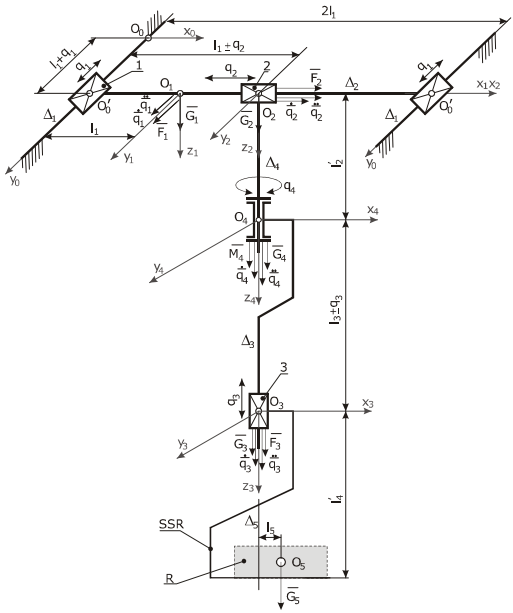

Fig. 1 Schema cinematică a robotului TTRT suspendat

Notațiile introduse în figura 1 sunt următoarele:

l_0, l_1, l_2', l_3, l_4', l_5 - reprezintă parametrii constructivi ai robotului;

$k = 1 \div 4$ - reprezintă numărul gradelor de libertate;

$\overline{G}_i$, $i = 1 \div 5$ - reprezintă forțele de greutate ale modulelor, respectiv a ansamblului mobil radiator R – suport de susținere radiator SSR;

m_i, $i = 1 \div 5$ - reprezintă masele elementelor constructive ale robotului;

O_0 - reprezintă punctul care marchează cota zero;

O_i, $i = 1 \div 4$ - reprezintă originile sistemelor de referință carteziene mobile $O_i x_i y_i z_i$ solidare cu partea mobilă a modulelor robotului, care coincid cu centrele de greutate ale acestor module;

Δ_i, $i = 1 \div 4$ - reprezintă axele de mişcare;

Δ_5 - reprezintă axa care trece prin centrul de greutate O_5 al ansamblului radiator R–suport de susținere radiator SSR şi este paralelă cu axa Δ_3;

$\overline{F}_i$, $i = 1 \div 4$ -reprezintă forțe motoare;

$\overline{M}_3$ - reprezintă moment motor;

$J_{\Delta_4}^{(4)}$- reprezintă momentul de inerție mecanic al echipajului mobil al modulului de rotație 4, determinat în raport cu axa Δ_4;

$J_{\Delta_4}^{(3)}$- reprezintă momentul de inerție mecanic al modulului de translație 3 în raport cu axa Δ_4;

$J_{\Delta_4}^{(5)}$- reprezintă momentul de inerție mecanic in raport cu axa Δ_4 a ansamblului R–SSR.

Ecuațiile dinamice ale robotului industrial suspendat TTRT se determină utilizând ecuațiile lui Lagrange de speța a II-a, scrise sub forma:

$$\frac{d}{dt}\left(\frac{\partial Ec}{\partial \dot{q}_k}\right) - \frac{\partial Ec}{\partial qk} = Q_k, \quad k = 1 \div 4.$$

Urmărind figura 1, se pot face următoarele precizări;

- originile O_i ale sistemelor de referință mobil s-au ales în centrele de greutate ale modulelor, astfel că $x_c = y_c = z_c = 0$ în expresia (2) a energiei cinetice;

- sistemele de referință mobile se consideră sisteme principale de inerție, astfel că momentele de inerție mecanice centrifugale sunt nule, adică $J_{xy} = J_{yz} = J_{zx} = 0$.

Energiile cinetice ale elementelor constitutive ale robotului (module şi suport de susținere radiator) se determină aplicând succesiv relația (3) şi urmărind figura 1. Astfel:

- pentru modulul 1 de translație în lungul axei Δ_1

$$Ec_1 = \frac{1}{2} m_1 \dot{q}_1^2, \tag{4}$$

deoarece parametrii cinematici care caracterizează această mişcare sunt:

$$\omega_{x_1} = \omega_{y_1} = \omega_{z_1} = 0; \quad v_{x_1} = v_{z_1} = 0; \quad v_{y_1} = \dot{q}_1; \tag{5}$$

- pentru modulul de translație 2 în lungul axei Δ_2

$$Ec_2 = \frac{1}{2} m_2 \left(\dot{q}_1^2 + \dot{q}_2^2\right), \tag{6}$$

pentru că parametrii cinematici care caracterizează această mişcare sunt:

$$\omega_{x_2} = \omega_{y_2} = \omega_{z_2} = 0; \quad v_{x_2} = \dot{q}_2; \quad v_{y_2} = \dot{q}_1; \quad v_{z_2} = 0; \tag{7}$$

- pentru modulul de rotație 4 în jurul axei verticale Δ_4 se pot preciza parametrii cinematici ai mişcării, ca fiind:

$$\begin{aligned} &\omega_{x_4} = \omega_{y_4} = 0; \quad \omega_{z_4} = \dot{q}_4; \quad \overline{v}_{0_4} = \dot{\overline{q}}_1 + \dot{\overline{q}}_2; \\ &v_{x_4} = \dot{q}_2; \quad v_{y_4} = \dot{q}_1; \quad v_{z_4} = 0. \end{aligned} \tag{8}$$

Conform cu (3), energia cinetică a acestui modul este:

$$Ec_4 = \frac{1}{2} m_4 \left(\dot{q}_1^2 + \dot{q}_2^2\right) + \frac{1}{2} J_{\Delta_4}^{(4)} \dot{q}_4^2; \tag{9}$$

- pentru modulul de translație 3 in lungul axei verticale Δ_3, parametrii cinematici ai mişcării sunt:

$$\omega_{x_3} = \omega_{y_3} = 0\,; \quad \omega_{z_3} = \dot{q}_4\,; \quad \bar{v}_{0_3} = \dot{\bar{q}}_1 + \dot{\bar{q}}_2 + \dot{\bar{q}}_3\,;$$
$$v_{x_3} = \dot{q}_2\,; \quad v_{y_3} = \dot{q}_1\,; \quad v_{z_3} = \dot{q}_3\,. \tag{10}$$

astfel că energia cinetică corespunzătoare acestui modul este, conform cu (3):

$$Ec_3 = \frac{1}{2} m_3 \left(\dot{q}_1^2 + \dot{q}_2^2 + \dot{q}_3^2\right) + \frac{1}{2} J_{\Delta_4}^{(3)} \dot{q}_4^2\,; \tag{11}$$

- pentru ansamblul radiator R – suport de susținere radiator SSR, se pot preciza parametrii cinematici ai mişcării şi anume:

$$\bar{v}_{0_5} = \dot{\bar{q}}_1 + \dot{\bar{q}}_2 + \dot{\bar{q}}_3 + \dot{\bar{q}}_4 \times \bar{r}_5\,; \quad \bar{r}_5 = \overline{O_4 O_5} = l_5 \bar{i}_4 + \left(l_3 + l_4' \pm q_3\right)\bar{k}_4\,;$$
$$v_{0_5}^2 = \dot{q}_1^2 + \dot{q}_2^2 + \dot{q}_3^2 + \dot{q}_4^2 l_5^2\,; \quad \omega_{x_4} = \omega_{y_4} = 0\,; \quad \omega_{z_4} = \dot{q}_4\,. \tag{12}$$

Introducând (12) în (3), se obține energia cinetică a ansamblului R-SSR, a cărei expresie este:

$$Ec_5 = \frac{1}{2} m_5 \left(\dot{q}_1^2 + \dot{q}_2^2 + \dot{q}_3^2 + \dot{q}_4^2 l_5^2\right) + \frac{1}{2} J_{\Delta_4}^{(5)} \dot{q}_4^2\,. \tag{13}$$

Prin însumarea energiilor cinetice exprimate prin relațiile (4), (6), (9), (11) şi (13), se obține expresia energiei cinetice a robotului TTRT, scrisă sub forma:

$$Ec = \frac{1}{2}\left(\sum_{i=1}^{5} m_i\right)\dot{q}_1^2 + \frac{1}{2}\left(\sum_{i=2}^{5} m_i\right)\dot{q}_2^2 + \frac{1}{2}\left(m_3 + m_5\right)\dot{q}_3^2 + \frac{1}{2}\left[m_5 l_5^2 + J_{\Delta_4}^{(3)} + J_{\Delta_4}^{(4)} + J_{\Delta_4}^{(5)}\right]\dot{q}_4^2\,. \tag{14}$$

Urmărind relațiile (1) şi (14), se pot scrie următoarele expresii:

$$\frac{\partial Ec_1}{\partial q_1}=0;\quad \frac{\partial Ec_2}{\partial q_2}=0;\quad \frac{\partial Ec_3}{\partial q_3}=0;\quad \frac{\partial Ec_4}{\partial q_4}=0;\quad \frac{d}{dt}\left(\frac{\partial Ec}{\partial \dot{q}_1}\right)=\left(\sum_{i=}^{5} m_i\right)\ddot{q}_1;$$

$$\frac{d}{dt}\left(\frac{\partial Ec}{\partial \dot{q}_2}\right)=\left(\sum_{i=2}^{5} m_i\right)\ddot{q}_2;\quad \frac{d}{dt}\left(\frac{\partial Ec}{\partial \dot{q}_3}\right)=(m_3+m_5)\ddot{q}_3;$$

$$\frac{d}{dt}\left(\frac{\partial Ec}{\partial \dot{q}_4}\right)=\left[m_5 l_5^2+J_{\Delta_4}^{(3)}+J_{\Delta_4}^{(4)}+J_{\Delta_4}^{(5)}\right]\ddot{q}_4 . \tag{15}$$

Forțele generalizate Q_k se deduc în ipoteza că legăturile robotului sunt olonome, ceea ce înseamnă că aceste legături nu depind explicit de vitezele generalizate şi, în consecință, nu depind de deplasări.

Astfel deplasările elementare virtuale sunt independente, motiv pentru care pot fi considerate succesiv câte una diferită de zero, celelalte fiind nule.

În conformitate cu [1], forțele generalizate pot fi determinate cu relația:

$$Q_k=\frac{\partial L}{\partial q_k};\quad k=1\div 4 . \tag{16}$$

Lucrul mecanic elementar virtual al forțelor exterioare (forțe motoare $\overline{F}_1$, $\overline{F}_2$, $\overline{F}_3$ şi forțe de greutate $\overline{G}_i$, $i=1\div 5$) şi al momentului motor M_4, corespunzător unor deplasări elementare virtuale compatibile cu legăturile robotului, se determină urmărind figura 1. Expresia acestui lucru mecanic este:

$$\delta L=F_1\delta q_1+F_2\delta q_2+(F_3+G_3+G_5)\delta q_3+M_4\delta q_4 , \tag{17}$$

având în vedere că $\overline{G}_1\perp\delta\overline{q}_1$, $\overline{G}_2\perp\delta\overline{q}_1$, $\overline{G}_2\perp\delta\overline{q}_2$, $\overline{G}_3\perp\delta\overline{q}_1$, $\overline{G}_3\perp\delta\overline{q}_2$, $\overline{G}_3\perp\lambda\delta\overline{q}_3$, $\overline{G}_4\perp\delta\overline{q}_1$, $\overline{G}_4\perp\delta\overline{q}_2$, $\overline{G}_5\perp\delta\overline{q}_1$, $\overline{G}_5\perp\delta\overline{q}_2$, $\overline{G}_5\perp\lambda_1\delta\overline{q}_3$, $\overline{F}_1\perp\lambda_2\delta\overline{q}_1$, $\overline{F}_2\perp\lambda_3\delta\overline{q}_2$, $\overline{F}_3\perp\lambda_4\delta\overline{q}_3$, $\overline{M}_4\perp\lambda_5\delta\overline{q}_4$.

În conformitate cu (16) şi (17), forțele generalizate au expresiile:

$$Q_1=F_1,\quad Q_2=F_2,\quad Q_3=F_3+G_3+G_5,\quad Q_4=M_4 . \tag{18}$$

Ecuațiile diferențiale de mişcare a robotului se obțin din (1) în care se introduc (15) şi (18). Aceste ecuații sunt:

$$\left(\sum_{i=1}^{5} m_i\right)\ddot{q}_1 = F_1,\ \left(\sum_{i=2}^{5} m_i\right)\ddot{q}_2 = F_2,\ (m_3 + m_5)\ddot{q}_3 = F_3 + G_3 + G_5,$$

$$\left[m_5 l_5^2 + J_{\Delta_4}^{(3)} + J_{\Delta_4}^{(4)} + J_{\Delta_4}^{(5)}\right]\ddot{q}_4 = M_4. \qquad (19)$$

Ecuațiile diferențiale (19) ale robotului au fost stabilite în ipoteza că toate mişcările au loc simultan.

3. Concluzii

■ Cu sistemul de ecuații diferențiale obținute se pot rezolva cele două probleme fundamentale reciproce, directă şi inversă, ale robotului. În cazul problemei directe se determină mişcarea robotului, dacă se cunosc forțele şi momentele care acționează asupra lui.

■ În cazul problemei inverse se presupune cunoscută mişcarea robotului şi se cere să se determine legile variației ale forțelor şi momentelor motoare.

■ Această problemă permite alegerea motoarelor de acționare luând în considerare organologia fiecărui modul în parte şi dinamica robotului; permite, de asemenea, alegerea legilor de mişcare pe fiecare axă şi a unei variante optime de aranjare a modulelor în structura mecanică a robotului, în aşa fel încât consumurile energetice să fie minime [4], [5], [2], [3].

BIBLIOGRAFIE

[1] Ispas, V., *Manipulatoare şi roboți industriali.* Editura didactică şi pedagogică, Bucureşti, 2004, 600 pag.
[2] Ispas, V., *Elemente de calcul* şi *construcție a manipulatoarelor şi roboților,* Editura UT PRES, Cluj-Napoca, 2003, 350 pag.
[3] Ispas, V., Ursa, N.I., *Modelarea dinamică a roboților propuşi spre implementare la S.C. RAAL S.A. Bistrița*, În: Ştiință şi Inginerie, vol.16, pag.157-164, Editura AGIR, Bucureşti, 2009, ISBN 9738130-82-4.
[4] Ispas, Vrg., Petrişor, S.M., Arghir, M., Ispas, V., *Aspects regarding the conception, modeling and implementation of a articulated robot in spaces with*

noises and vibrations, 79th Annual Meeting of International Association of Applied Mathematics and Mechanics – March 31st – April 4th – University Bremen, GAMM Mitteilungen, Pamm Gesellschaft fur Angewandte-Mathematik und Mechanik, ISSN 1617-7061, 30, No. 8, 2008.
[5] Petrişor, S.M., Simion, M., Ispas, V., *Contributions to calculus, designing, modeling and constructive optimization of a rotation module from the base of an articulated robot,* Sesiunea Anuală de Comunicări Ştiinţifice „IMT Oradea – 2008", Băile Felix, 29-30 Mai, Secţiunea Mecatronică, Annals of the Oradea University, Fascicle of Management and Technological Engineering, CD-ROM EDITION, vol. VII, 2008, pp. 1071-1076, ISSN 1583-0691, CNCSIS, B+.
[6] Ripianu, A., *Mecanică Cinematică şi Dinamică*, Lito IPCN, Cluj – Napoca, 1977.
[7] Ursa, N.I., *Contribuţii la calculul şi construcţia structurii mecanice a roboţilor industriali seriali utilizaţi la fabricarea radiatoarelor,* Teză de doctorat, Cluj-Napoca, 2011.
[8] Voinea, R., Voiculescu, D., Ceauşu, V., *Mecanica*, Editura didactică şi pedagogică, Bucureşti,1983.

Prof.Dr.Ing. Viorel ISPAS
Facultatea de Construcţii de Maşini, Universitatea Tehnică din Cluj Napoca
e-mail: ispasviorel@yahoo.com, membru AGIR
Drd.Ing. Nicuşor Iosif URSA
S.C. RAAL S.A. Bistriţa
Drd.Ing. Ramona Maria Gui (căs. Lung)
Facultatea de Construcţii de Maşini, Universitatea Tehnică Cluj Napoca
e-mail: guiramona@yahoo.com