A XI-a Conferință Națională multidisciplinară – cu participare internațională,
"Profesorul Dorin PAVEL – fondatorul hidroenergeticii românești",
SEBEȘ, 2011

MODELAREA DINAMICĂ A MANIPULATORULUI TT ÎNTR-O LINIE AUTOMATĂ DE MONTAJ

Mircea MIHĂILĂ, Viorel ISPAS, Mariana ARGHIR

DYNAMICS MODELLING OF A TT MANIPULATOR FOR AN ASSAMBLAGE LINE OF AUTOMATION

This paper has a destination to express the dynamics ecuations of a manipulator used into an line built for an assemblage line of automation. This line is a part of experimental stand made for the images data in a mechanical structure.

Keywords: structural mechanics, dynamic equations, automatic assembly line
Cuvinte cheie: structură mecanică, ecuații dinamice, linie automată de montaj

1. Considerații teoretice

Concepția şi proiectarea de manipulatoare şi roboți de construcție modulară conduce la fabricarea acestora în serie în diferite variante structurale.

Aceşti roboți acționează în spații de lucru de forme şi dimensiuni variate în funcție de cerințele programului de manipulare.

Concepția modulară este bazată pe realizarea separată a modulelor, astfel încât construcția lor să permită asamblarea cu alte module.

Se obțin astfel arhitecturi variate de roboți industriali, care pot fi livrați beneficiarilor în conformitate cu cerințele aplicației concrete.

Folosind module de translaţie, de rotaţie şi de orientare, se pot concepe variante de mecanisme generatoare de traiactorii din structura mecanică a unor roboţi seriali modulari.

Proiectarea unor astfel de roboţi presupune, printre altele, alegerea motoarelor de acţionare. În lucrarea [6] este prezentată o metodă de alegere a motoarelor pentru acţionarea modulelor de translaţie din structura mecanică a roboţilor seriali modulari. Metoda constă în determinarea momentului (puterii) motorului de acţionare luând în considerare dinamica întregului robot şi structura mecanică a fiecărui modul.

Studiul dinamic al roboţilor industriali se poate face utilizând diferite metode. Astfel, prin utilizarea formei dinamice a principiului deplasărilor virtuale sau a ecuaţiilor lui Lagrage de speţa a-II-a, se deduc ecuaţiile diferenţiale ale mişcării, fără a lua în considerare reacţiunile din cuple şi frecările. Reacţiunile din cuple se pot determina prin utilizarea formalismului Newton-Euler. Valorile acestor reacţiuni introduse în relaţiile matematice, definesc forţe generalizate de frecare, atât pentru cuple de translaţie, cât şi pentru cuple de rotaţie. Se pot elabora apoi, algoritmi pentru dimensionarea cuplelor de translaţie şi de rotaţie, luând în considerare forţele şi momentele motoare, reacţiunile din cuple, precum şi forţele generalizate de frecare.

În cele ce urmează se stabilesc ecuaţiile diferenţiale ale mişcării robotului TT prin utilizarea ecuaţiilor lui Lagrange de speţa a II-a. Luând în considerare structura mecanică a modulelor robotului, ecuaţiile dinamice ale robotului vor fi utilizate apoi la alegerea motoarelor de acţionare.

Ecuaţiile diferenţiale ale manipulatorului TT prezentat în figura 1 se determină utilizând ecuaţiile lui Lagrange de speţa a II-a, scrise, conform cu [8] sub forma:

$$\frac{d}{dt}\left(\frac{\partial E_c}{\partial \dot{q}_k}\right)-\frac{\partial E_c}{\partial q_k}=Q_k, \quad k=1\cdots 4. \tag{1}$$

În relaţia (1) se fac următoarele precizări:

E_c – reprezintă energia cinetică a întregului manipulator;
q_k, $\dot{q}_k$ - reprezintă coordonatele şi vitezele generalizate;
Q_k – reprezintă forţele generalizate;
k – reprezintă numărul gradelor de libertate ale manipulatorului.

În cazul unui sistem material, energia cinetică a sistemului este egală cu suma energiilor cinetice ale elementelor care îl compun. În conformitate cu [8], energia cinetică a unui element „i” considerat corp rigid, se determină cu relația:

$$E_{Ci} = \frac{1}{2}\begin{bmatrix} \varpi_x \\ \varpi_y \\ \varpi_z \\ v_x \\ v_y \\ v_z \end{bmatrix}_i^{-1} \begin{bmatrix} J_x & -J_{xy} & -J_{xz} & 0 & -Mz_C & My_C \\ -J_{yx} & J_y & -J_{yz} & Mz_C & 0 & -Mx_C \\ -J_{zx} & -J_{zy} & J_z & -My_C & Mx_C & 0 \\ 0 & Mz_C & -My_C & M & 0 & 0 \\ -Mz_C & 0 & Mx_C & 0 & M & 0 \\ My_C & -Mx_C & 0 & 0 & 0 & M \end{bmatrix}_i \begin{bmatrix} \varpi_x \\ \varpi_y \\ \varpi_z \\ v_x \\ v_y \\ v_z \end{bmatrix} \qquad (2)$$

În care:

M este masa corpului;

x_c, y_c, z_c sunt coordonatele centrului de greutate;

J_x, J_y, J_z sunt momentele de inerție mecanice axiale;

J_{xy}, J_{yz}, J_{zx} sunt momentele de inerție mecanice centrifugale;

ω_x, ω_y, ω_z sunt componentele carteziene ale vitezei unghiulare $\overline{\varpi}$;

v_x, v_y, v_z sunt componentele carteziene ale vitezei $\overline{v}$ a unui punct al rigidului.

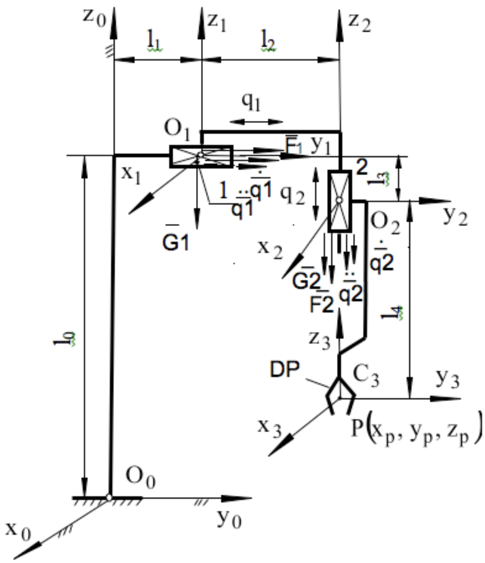

Fig. 1 Schema cinematică structurală a manipulatorului TT

În figura 1 s-au ales originile O_i ale sistemelor de referință carteziene mobile $O_ix_iy_iz_i$, *i* = 1 - 2 în centrele de greutate ale modulelor, astfel că $x_C = y_C = z_C = 0$. Alegând, de asemenea, sistemele de referință mobile astfel încât axele lor să coincidă cu direcțiile principale de inerție aferente originii acestor sisteme, momentele de inerție mecanice centrifugale devin nule, adică $J_x = J_y = J_z = 0$. În aceste condiții, expresia (2) a energiei cinetice devine:

$$E_{ci} = \frac{1}{2}M_i\left(v_x^2 + v_y^2 + v_z^2\right)_i + \frac{1}{2}\left(J_x\varpi_x^2 + J_y\varpi_y^2 + J_z\varpi_z^2\right)_i, i = 1,2. \quad (3)$$

2. Stabilirea ecuațiilor dinamice prin metoda Lagrange

În figura 1 este prezentată schema cinematică structurală a manipulatorului TT. Acesta este construit din următoarele module: modulul 1 de translație pe orizontală şi modulul 2 de translație pe verticală a dispozitivului de prehensiune DP. Se menționează că fiecare modul din componența manipulatorului are un singur grad de libertate, mişcarea realizându-se printr-o acționare, comandă şi poziționare independentă pe fiecare axă de mişcare.

În figura 1 se fac notațiile:

l_0, l_i, i = 1 – 4, parametrii constructivi ai manipulatorului;

q_k, $\dot{q}_k$, $\ddot{q}_k$ k = 1 – 2, coordonatele, vitezele şi accelerațiile generalizate;

k = 1 – 2 , numărul gradelor de libertate;

$\overline{F}_i$, i = 1 – 2, forțele motoare;

$\overline{G}_i$, i = i – 2, forțele de greutate.

S-au ales următoarele sisteme de referință:

$O_0x_0y_0z_0$ este sistemul cartezian fix cu origine O_0 situată într-un punct aparținând batiului manipulatorului;

$O_ix_iy_iz_i$, i = 1 – 2, sunt sisteme de referință mobile cu originile O_i în centrele de greutate ale modulelor 1 şi 2.

Se precizează că O_2 reprezintă centrul de greutate al ansamblului modulului 2 – dispozitivul de prehensiune.

În consecință, $\overline{G}_2$ este forța care include greutățile părții mobile a modulului 2, a dispozitivului de prehensiune şi a obiectului manipulat.

Având în vedere figura 1 şi relația (3), se pot determina succesiv, conform cu [5], expresiile energiile cinetice ale modulelor manipulatorului.

Energiile cinetice corespunzătoare modelelor se pot obține succesiv, pornind de la baza robotului, astfel:

- pentru modulul 1 de translație pe orizontală parametrii cinematici care caracterizează mişcarea sunt:

$$\overline{\varpi}_1 = 0;\ v_{x1} = 0;\ v_{y1} = \dot{q}_1;\ v_{z1} = 0. \tag{4}$$

Energia cinetică a acestui modul este:

$$E_{c1} = \frac{1}{2} m_1 \dot{q}_1^2; \tag{5}$$

- pentru modulul 2 de translație pe verticală parametrii cinematici ai mişcării sunt:

$$\overline{\varpi}_2 = 0;\ v_{x2} = 0;\ v_{y2} = \dot{q}_1;\ v_{z2} = -\dot{q}_2. \tag{6}$$

Energia cinetică a modulului 2 este:

$$E_{c2} = \frac{1}{2} m_2 \left(\dot{q}_1^2 + \dot{q}_2^2\right); \tag{7}$$

Având în vedere relațiile (5) şi (7), energia cinetică a robotului TT se obține cu relația:

$$E_c = \frac{1}{2}\left(m_1 + m_2\right)\dot{q}_1^2 + \frac{1}{2} m_2 \dot{q}_2^2 \tag{8}$$

Din relația (8) se pot scrie succesiv relațiile:

$$\begin{aligned} &\frac{\partial E_c}{\partial \dot{q}_1} = \left(m_1 + m_2\right)\dot{q}_1;\ \frac{d}{dt}\left(\frac{\partial E_c}{\partial \dot{q}_1}\right) = \left(m_1 + m_2\right)\ddot{q}_1;\ \frac{\partial E_c}{\partial q_1} = 0; \\ &\frac{\partial E_c}{\partial \dot{q}_2} = m_2 \dot{q}_2; \quad \frac{d}{dt}\left(\frac{\partial E_c}{\partial \dot{q}_2}\right) = m_2 \ddot{q}_{21}; \quad \frac{\partial E_c}{\partial q_2} = 0 \end{aligned} \tag{9}$$

Forțele generalizate corespunzătoare celor două grade de libertate ale manipulatorului se obțin dând deplasări virtuale, în aşa fel încât, să varieze pe rând parametrii q_k, respectiv cu δq_1, δq_2. Se poate proceda în acest fel deoarece în cazul legăturilor olonome deplasările elementare virtuale δq_k sunt independente, fapt pentru care se pot considera nule, cu excepția uneia. De exemplu, dacă $\delta q_1 \neq 0$, $\delta q_2 = 0$, astfel că din relația prezentată în [5]

$$\delta L = \sum_{k=1}^{2} Q_k \delta q_k \tag{10}$$

se obține $Q_1 = \partial L/\partial q_1$. Analog, dacă $\delta q_1 = 0$, $\delta q_2 \neq 0$, rezultă $Q_2 = \partial L/\partial q_2$.

Lucrul mecanic elementar virtual δL corespunzător forțelor exterioare şi unor deplasări elementare virtuale compatibile cu legăturile manipulatorului se poate exprima în cazul robotului TT cu relația:

$$\delta L = \left(\overline{G}_1 + \overline{F}_1\right)\cdot \delta r_1 + \left(\overline{G}_2 + \overline{F}_2\right)\cdot \delta r_2 = 0 \tag{11}$$

Urmărind figura 1, se pot exprima vectorii de poziție $\overline{r}_1$ şi $\overline{r}_2$ cu relațiile:

$$\overline{r}_1 = l_0\overline{k}_0 + \left(l_1 + q_1\right)\overline{j}_0;\ \overline{r}_2 = \left(l_1 + l_2 + q_1\right)\overline{j}_0 + \left(l_0 - l_3 - q_2\right)\overline{k}_0 \tag{12}$$

Care conduc la:

$$\delta\overline{r}_1 = \delta q_1\overline{j}_0; \quad \delta\overline{r}_2 = \delta q_1\overline{j}_0 - \delta q_2\overline{k}_0. \tag{13}$$

Introducând relația (12) în relația (13), se obține:

$$\delta L = F_1\delta q_1 - \left(G_2 + F_2\right)\delta q_2. \tag{14}$$

Având în vedere relațiile stabilite mai sus pentru Q_1, Q_2 şi δL, se obține:

$$Q_1 = F_1; Q_2 = -\left(G_2 + F_2\right) \tag{15}$$

Ecuațiile dinamice ale robotului TT se obțin din (12), în care se introduc rezultatele (13) şi (14):

$$\left(m_1 + m_2\right)\ddot{q}_1 = F_1, \quad m_2\ddot{q}_2 = -\left(G_2 + F_2\right) \tag{16}$$

3. Concluzii

Din analiza făcută asupra manipulatorului TT, care deserveşte o linie automată de asamblare, se enunță următoarele concluzii:

■ Ecuațiile diferențiale ale manipulatorului au fost stabilite în ipoteza că toate mişcările au loc simultan.

■ Cu sistemul de ecuații diferențiale obținute se pot rezolva cele două probleme fundamentale reciproce, directă şi inversă, ale manipulatorului.

■ În cazul problemei directe se determină mişcarea acestuia, dacă se cunosc forțele şi momentele care acționează asupra lui.

■ În cazul problemei inverse se presupune cunoscută mişcarea manipulatorului şi se cere să se determine legile de variație ale forțelor şi momentelor motoare.

■ Această problemă permite alegerea motoarelor de acționare luând în considerare organologia fiecărui modul în parte şi dinamica manipulatorului. Ea permite, de asemenea, alegerea legilor de mişcare pe fiecare axă şi a unei variante optime de aranjare a modulelor în structura mecanică a manipulatorului, în aşa fel încât consumurile energetice să fie minime.

■ Aceste probleme au fost rezolvate pentru structuri variate de manipulatoare şi roboți în lucrările [5] şi [6].

■ Lucrările [2], [3], [7], [8], [9] au constituit baza de fundamentare în colectarea de imagini pentru manipulatorul TT.

BIBLIOGRAFIE

[1] Arghir, Mariana, *Mechanics II, Rigid Body Kinematics & Dynamics*, U. T. Press, 2002, ISBN 973-8335-20-5.
[2] Arghir, Mariana, Mihăilă, I.M., *Processing Images In The Moving Manipulators Through Acquisition And Processing Of Images*, Acta Technica Napocensis, Series: Applied Mathematics and Mechanics, Nr. 53, Vol. III, 2010, ISSN: 1212-5872.
[3] Arghir, Mariana, Mihăilă, M., *A Study By Recording Digital Images With Shades Of Gray Of A Manipulator*, Acta Technica Napocensis, Series: Applied Mathematics and Mechanics, Nr. 53, Vol. III, 2010, ISSN: 1212-5872.
[4] Ispas, V., *Manipulatoare şi roboți industriali*, Eitura didactică şi pedagogică, Bucureşti, 2004, ISBN 973-30-1349-8.

[5] Ispas, V., *Aplicațiile cinematicii în construcția manipulatoarelor şi a roboților industriali*, Editura Academiei Române, Bucureşti, 1990, ISBN 973-27-0111-0.
[6] Ispas, V., Pop, I.I., Bocu, M., *Roboți industriali*, Editura Dacia, Cluj Napoca, 1985.
[7] Mihăilă, I.M., Arghir, Mariana, *Kinematic Analysis Of A Pneumatically-Driven Manipulator*, Acta Technica Napocensis, Series: Applied Mathematics and Mechanics, Nr. 53, Vol. III, 2010, ISSN: 1212-5872.
[8] Mihăilă, I.M., Arghir, Mariana, *Purchased Video Information For A Manipulator*, Acta Technica Napocensis, Series: Applied Mathematics and Mechanics, Nr. 53, Vol. III, 2010, ISSN: 1212-5872.
[9] Mihăilă, I.M., Florea, O., *A Hardware Implementation Of The RC6 Algorithm, One Of The 15 Advanced Encryption Standard Candidates*, Acta Universitatis Cibiniensis, vol. XXXVIII, Seria Tehnică, Ştiința calculatoarelor şi automatizări, Sibiu 1999, pag. 47-54.

Drd.Ing. Mircea Ioan MIHĂILĂ
Prof.Dr.Ing. Viorel ISPAS
Prof.Dr.Ing. Mariana ARGHIR
Facultatea de Construcții de Maşini,
Universitatea Tehnică din Cluj-Napoca,
e-mail: mariananaarghir@yahoo.com,
telefon: 0264 401657
membri AGIR