



A XI-a Conferință Națională multidisciplinară – cu participare internațională,  
"Profesorul Dorin PAVEL – fondatorul hidroenergeticii românești",  
SEBEȘ, 2011

## **CONSTRUCȚII METALICE REALIZATE PRIN ÎNFĂȘURAREA UNOR SUPRAFETE PLANE PE CORPURI DE ROTAȚIE**

Magdalena ORBAN

### **METALLIC CONSTRUCTIONS REALIZED BY WINDING OF SOME PLANE SURFACES ON REVOLUTION SOLIDS**

Winding of a plane surface on a developable surface or, in general, of a developable surface on another developable surface, in the reverse problem to that of the transpose on plane of a surface. Less developed than the direct problem, the first one present's practical importance to realization of some auxiliary metallic constructions like necklaces, frames, pads, etc. In the paper is developed, by graphical methods, the design methodology of some metallic constructions obtained by winding of some this sheets on cylindrical and conical solids.

Keywords: steel construction, flat faces wrapped

Cuvinte cheie: construcții metalice, figuri plane înfășurate

#### **1. Considerații teoretice**

La trasarea unor curbe plane pe corpuri rotunde, unele proprietăți ale acestora se conservă sau se transformă în altele analoage [1]. Astfel, dacă o figură plană se înfășoară pe un cilindru și se trasează pe figura dată linii paralele cu direcția generatoarelor, unghiurile sub care aceste drepte taie conturul figurii plane se conservă în timpul înfășurării iar tangenta la curba cilindrică întâlnește generatoarea punctului de contact sub un unghi egal cu cel pe care paralela corespondentă îl formează cu tangenta la curba plană.

Considerând  $x$  și  $z$  coordonatele unui punct  $M$  ( $m, m'$ ) de pe suprafața unui cilindru de rotație respectiv  $x_1$  și  $z_1$  cele ale punctului corespondent de pe desfășurata acestuia (figura 1, a), relația care există între proiecția verticală a punctului și cea de pe desfășurata cilindrului este exprimată prin relațiile [2]:

$$x = r \sin \frac{x_1}{r} ; z = z_1 \quad (1)$$

$$z_1 = z ; x_1 = r \arcsin \frac{x}{r} \quad (2)$$

unde  $r$  este raza cercului bazei cilindrului.

Pentru con, relația dintre proiecția orizontală a unui punct  $M(m, m')$  de pe suprafața conului și poziția  $M_1(m_1, m_1')$  de pe desfășurata acestuia și reciproc, rezultă din ecuațiile de mai jos [2]:

$$\omega = \frac{\omega_1}{\sin \alpha} ; \rho = \rho_1 \sin \alpha \quad (3)$$

$$\omega_1 = \omega \sin \alpha ; \rho_1 = \frac{\rho}{\sin \alpha} \quad (4)$$

unde mărimile  $\omega, \omega_1, \rho, \rho_1$  au semnificațiile din figura 1, b.

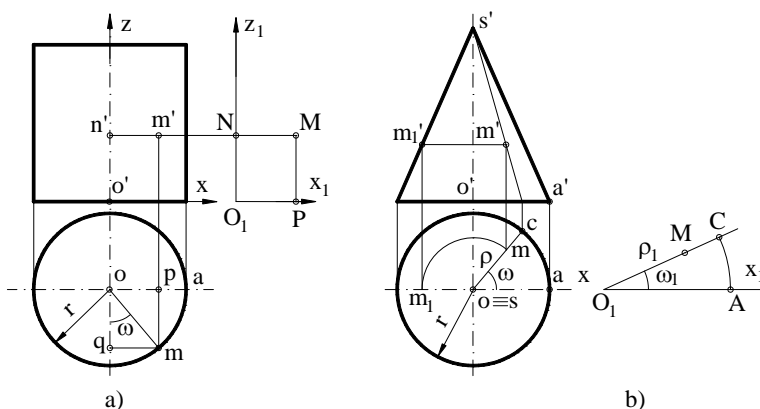


Fig. 1 Relațiile dintre coordonatele inițiale și cele de pe desfășuratele corpurilor cilindrice și conice

Pe baza acestor considerente, în lucrare se dezvoltă posibilitatea de proiectare prin metode grafice a unor piese din table subțiri rezultate din înfășurarea unei plăci patrulateră sau circulară pe un cilindru respectiv pe un con de rotație [3], [4]. Pentru o ilustrare grafică cât mai intuitivă, grosimea elementelor plane care se înfășoară pe suprafața cilindrului sau conului s-a considerat neglijabilă.

## 2. Rezultate și discuții

### 2.1. Construcție metalică realizată prin înfășurarea unei figuri plane pe suprafața unui cilindru

#### 2.1.1. Înfășurarea unui pătrat pe suprafața unui cilindru

Foia din tablă care se înfășoară pe suprafața unui cilindru este un pătrat a cărui diagonală are lungimea egală cu lungimea cercului bazei cilindrului (figura 2, a).

Prin înfășurare, pe proiecția verticală rezultă că două laturi opuse ale pătratului sunt două părți consecutive ale unei elice (figura 2, b). Prin urmare, pe proiecția verticală a cilindrului, rezultă două elice de

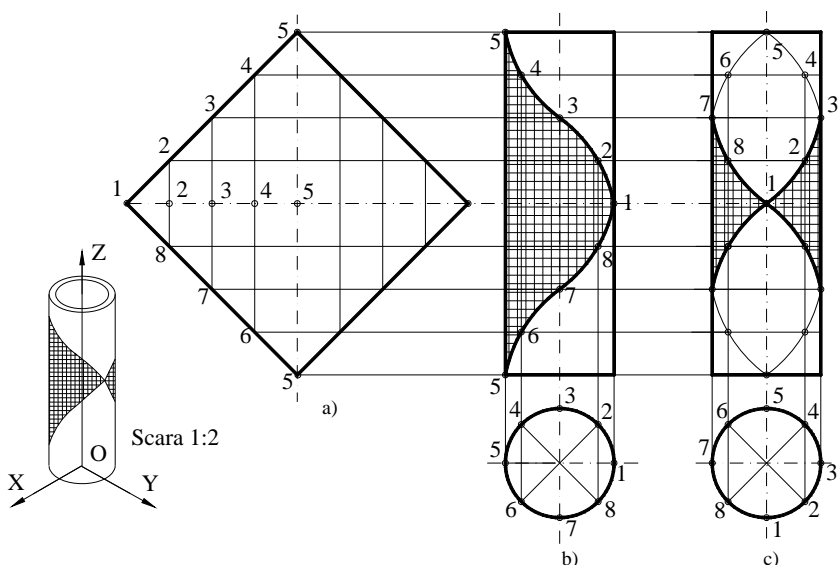


Fig. 2 Piesă realizată prin înfășurarea unui pătrat pe un cilindru

sensuri diferite. Două laturi consecutive ale pătratului au ca corespondent pe desfășurata cilindrului o elice al cărui pas este egal cu înălțimea acestuia (figura 2, c).

#### 2.1.2. Înfășurarea unui cerc pe suprafața unui cilindru

Prin înfășurarea unui cerc de rază  $r$  pe un cilindru de rotație (figura 3), rezultă o curbă spațială pentru care tangenta în punctul 5 este orizontală iar în punctele 1 și 9 tangentele sunt verticale deoarece în

punctele corespondente ale cercului, tangentele sunt de asemenea orizontale și respectiv verticale. Dacă punctele  $1 \equiv 9$  se proiectează vertical pe axa cilindrului, curba obținută prin înfășurarea cercului pe cilindrul dat, prezintă un punct dublu iar cele două ramuri ale curbei sunt tangente între ele în punctul dublu. Punctul 5 este punct de întoarcere.

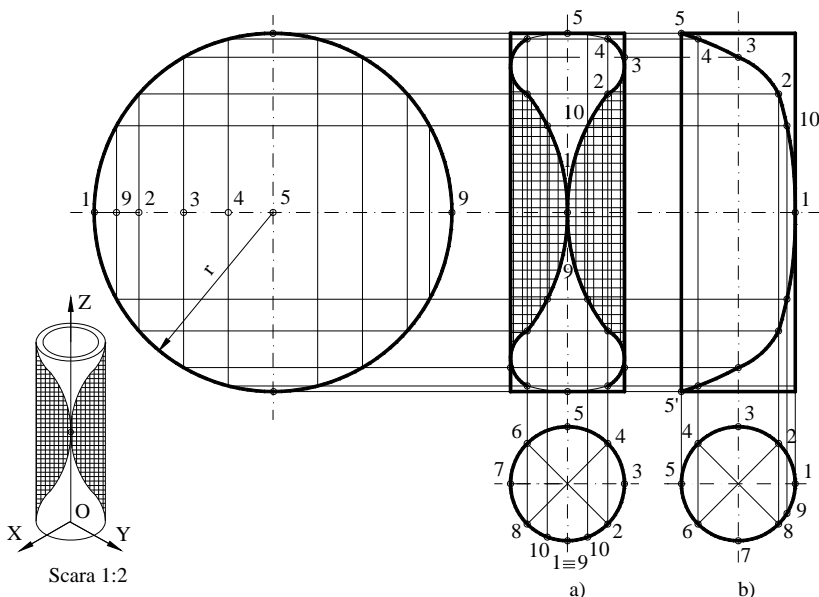


Fig. 3 Piesă realizată prin înfășurarea unui cerc pe un cilindru

## 2.2. Construcție metalică realizată prin înfășurarea unei figuri plane pe suprafața unui con

### 2.2.1. Înfășurarea unui patrulater pe suprafața unui con

Patrulaterul înfășurat pe conul de rotație (figura 4) are diagonala 1-1 care subîntinde un arc de cerc cu centrul în vârful conului S, de lungime egală cu lungimea cercului obținut prin secționarea conului cu un plan de nivel la cota H. Rezultă proiecțiile pe planul [H] și [V] ale transformatei patrulaterului considerat figura 4, a) și cele de pe vederea laterală a întregului ansamblu (figura 4, b), cele două ramuri simetrice ale curbei trasate pe con având punctul dublu 1 și punctul de întoarcere 5.

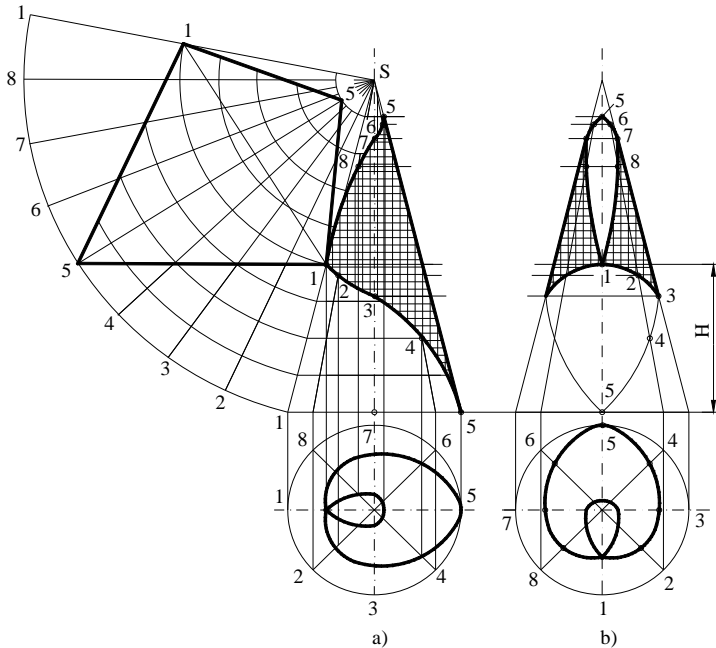


Fig. 4 Piesă realizată prin înfășurarea unui patrulater pe un con

### 2.2.2. Înfășurarea unui cerc pe suprafața unui con

O construcție bazată pe același raționament este cea rezultată prin înfășurarea pe un con de rotație a unui cerc (figura 5), trasat pe desfășurata conului, tangent la generatoarele de contur în punctele 1-1.

Lungimea arcului 1-1 cu centrul în vârful S al conului, trasat pe desfășurata acestuia este egală cu lungimea cercului obținut prin secționarea conului cu un plan de nivel dus la înălțimea H. Prin înfășurare, rezultă construcția ale cărei proiecții prezintă punctul dublu 1 și punctul de întoarcere 5.

## 3. Concluzii

■ Cercetările prezentate în lucrare au evidențiat posibilitatea proiectării prin metode grafice a unor piese confecționate din table subțiri având diferite utilizări cum ar fi unele suprafețe colier, căptușeli pentru cazane, mantale etc., de forme rezultate prin înfășurarea pe suprafețe cilindrice sau conice a unor table subțiri de forme poligonale sau rotunde.

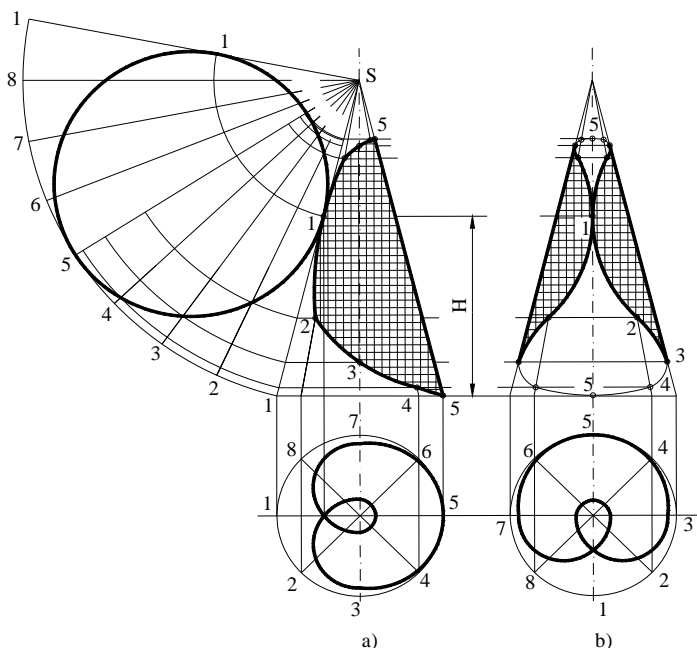


Fig. 5 Piesă realizată prin înfășurarea unui cerc pe un con

■ Rezultatele obținute arată că pentru asemenea piese, metoda grafică poate fi utilizată în exclusivitate, cu suficientă precizie, nemaifiind necesare calcule analitice decât dacă se impune un studiu complet al proprietăților curbelor spațiale rezultate prin înfășurare.

## BIBLIOGRAFIE

- [1] Ionescu, Gh.D., *Teoria diferențială a curbelor și suprafețelor cu aplicații tehnice*, Editura Dacia, Cluj-Napoca, 1984.
- [2] F. G.M., *Géométrie descriptive. Elements et exercices*, Paris, Edition J. Gabay, Reprint 1996, ISBN 2-87647-170-1.
- [3] Orban, M., *Geometrie descriptivă. Suprafețe și corpuri cu aplicații în tehnică*. Editura UTPRES, Cluj-Napoca, 2002, ISBN 973-8335-71-X.
- [4] Giesecke, F.E., Mitchell, A., *Principles of Engineering Graphics*, Macmillan Publishing Company, 1990, ISBN 0-02-342810-4, New York, USA.

Conf.Dr.Ing. Magdalena ORBAN  
 Universitatea Tehnică din Cluj Napoca, membru AGIR