



A X-a Conferință Națională multidisciplinară - cu participare internațională,  
"Profesorul Dorin PAVEL - fondatorul hidroenergeticii românești",  
SEBEȘ, 2010

## **STUDIU COMPARATIV AL METODELOR DE APROXIMARE A DATELOR EXPERIMENTALE DE TRANSFER A AZOTAȚILOR PRIN SOL**

Rodica BALECA

### **COMPARATIVE STUDY OF EXPERIMENTAL DATA APPROXIMATION METHODS FOR NITRATE TRANSFER THROUGH SOIL**

Approximation methods are widely used to obtain functions from experimental data. Interpolation and approximation is appropriate to describe nitrate solution movement in soil, when are known only a few data received from measurements.

Cuvinte cheie: metode de interpolare, metode aproximative, interpolare liniară, cubică spline sau polinomială

#### **1. Introducere**

Măsurarea concentrațiilor de azotați se face în anumite puncte. Estimarea cantităților de nitrați pe întreg profilul se realizează prin interpolare sau aproximare.

La ora actuală algoritmul de calcul a metodelor de aproximare și interpolare este implementat într-o serie de pachete de programare de înaltă performanță, cum ar fi, de exemplu, Matlab.

În Matlab se interpoolează prin metoda transformatei Fourier, interpolare liniară, spline cubică sau polinomială, iar cu metoda celor mai mici pătrate se face aproximarea.

Aproximarea datelor experimentale prezintă o importanță deosebită în practică și în activitățile de cercetare. În cazul transferului nitraților prin sol, utilitatea aproximării constă în determinarea concentrației de azotați în zonele de interes pentru sectorul agricol, zootehnic sau activitate de depoluare.

## 2. Considerații teoretice

Interpolarea constă în aproximarea valorilor  $x$  a funcției  $y = f(x)$  cunoscând punctele de sprijin (nodurile)  $x_0, x_1, \dots, x_n$  și valorile de sprijin (nodale)  $y_0, y_1, \dots, y_n$ .

Interpolarea liniară este cea mai simplă metodă. Aplicarea ei prevede utilizarea a două puncte de sprijin cu valorile corespunzătoare de sprijin. Aproximarea funcției se face cu ajutorul unei drepte care trece prin cele două puncte.

În sens larg interpolarea reprezintă înlocuirea funcției  $y = f(x)$  în vecinătatea punctelor de sprijin cu funcții mai simple care o aproximează cel mai bine. În această situație se aplică metoda celor mai mici pătrate pe baza căreia se face netezirea datelor și analiza Fourier. Cea din urmă metodă se poate aplica atunci când numărul parametrilor din expresia funcției approximate este mai mic decât numărul punctelor de sprijin [2].

În sens restrâns interpolarea aproximează funcțiile care au același număr de puncte și valori de sprijin.

Polinoamele sunt cele mai simple funcții de aproximare. Prin  $n+1$  puncte  $(x_0, y_0), \dots, (x_n, y_n)$  trece un polinom  $P_n(x)$  de gradul  $n$ . Determinarea polinomului se face prin mai multe metode, care dau același rezultat, adică  $P_n(x)$ .

Polinomul căutat trebuie să aibă forma:

$$P_n(x) = a_0 + a_1x + a_2x^2 + \dots + a_nx^n \quad (1)$$

Coeficienții  $a_0, \dots, a_n$  sunt coeficienți nedeterminați, iar pentru aflarea lor se pune condiția ca graficul polinomului să treacă prin punctele  $(x_0, y_0), \dots, (x_n, y_n)$ . Pentru determinarea coeficienților se alcătuiește un sistem de forma:

$$\begin{cases} y_0 = a_0 + a_1x_0 + a_2x_0^2 + \dots + a_nx_0^n \\ y_1 = a_0 + a_1x_1 + a_2x_1^2 + \dots + a_nx_1^n \\ \dots \\ y_n = a_0 + a_1x_n + a_2x_n^2 + \dots + a_nx_n^n \end{cases} \quad (2)$$

Joseph-Louis Lagrange și Isaac Newton au ales altă formă a polinomului pentru a ușura calculele.

Polinomul de interpolare a lui Lagrange este:

$$y = f(x) \approx P_n(x) = L_0(x)y_0 + L_1(x)y_1 + \dots + L_n(x)y_n \quad (3)$$

în care:

$$L_i(x) = \frac{(x - x_0)(x - x_1) \dots (x - x_{i-1})(x - x_{i+1}) \dots (x - x_n)}{(x_i - x_0)(x_i - x_1) \dots (x_i - x_{i-1})(x_i - x_{i+1}) \dots (x_i - x_n)} \quad (4)$$

Polinomul de interpolare a lui Newton este:

$$y = f(x) \approx y_0 + [x_1 x_0](x - x_0) + [x_2 x_1 x_0](x - x_0)(x - x_1) + \dots + [x_n x_{n-1} \dots x_2 x_1 x_0](x - x_0)(x - x_1) \dots (x - x_{n-1}) \quad (5)$$

### 3. Interpolarea datelor experimentale de transfer a azotaților în Matlab

Programul Matlab permite determinarea valorilor funcției  $f(x_i)$  care nu intră domeniul punctelor  $(x_i, y_i)$  cunoscute. Funcțiile Matlab folosite în această lucrare, pentru interpolarea și aproximarea datelor experimentale de transfer a nitraților sunt: *table1* - interpolează liniar și citește datele din tabelele unidimensionale, *spline* - interpolează prin metoda spline datele din tabelele unidimensionale, *polyfit* - aproximează un set de date cu un polinom de gradul  $n$  [1].

Măsurătorile concentrației de azotați din localitatea Micești în ziua de 1.03.1975 [4] pun în evidență variația nitraților pe adâncimea profilului. Aceste date sunt utilizate pentru exemplificare interpolării liniare și cubice.

Datele furnizate prezintă un set de șase puncte pentru care se face o analiză comparativă între metoda de interpolare liniară și spline, figura 1.

Secvența de program care afișează graficele funcției este:

```
x=[5, 20, 40, 65, 100, 120];
y=[18, 25, 9, 4, 5, 7];
xi=0:0.1:120;
yi=spline(x,y,xi);
plot(x,y,xi,yi,x,y,'o'); grid
```

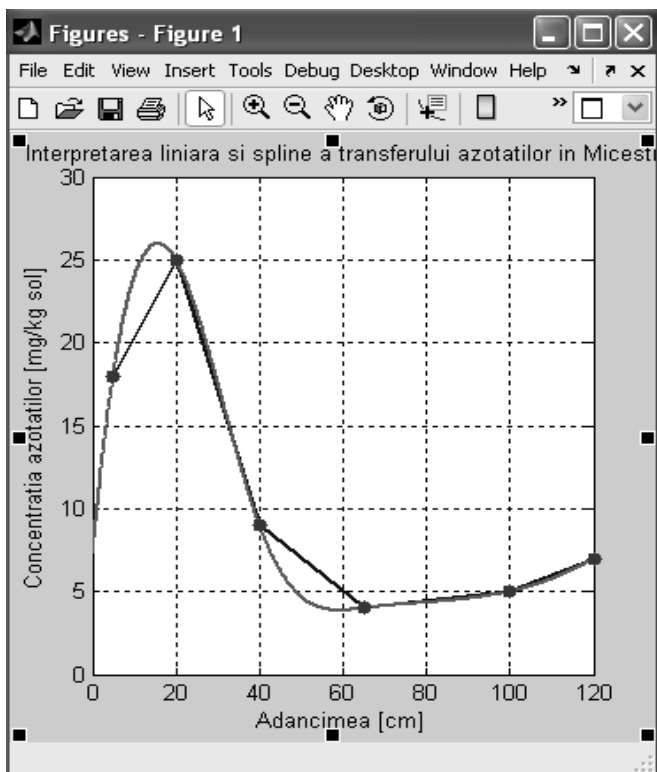


Fig. 1 Interpolarea spline și liniară a transferului azotaților în localitatea Micești

În cazul interpolării funcția trece prin toate punctele menționate. Prin aproximare rezultă o linie sau un curbă pentru care suma pătratelor distanțelor de al fiecare punct la polinom sau dreaptă este minimă.

În figura 2 este prezentată o analiză comparativă a aproximării liniare și cubice pentru aceleași datele experimentale ca în figura 1. Secvența de program care aproximează setului de date este:

```
coef=polyfit(x,y,1);
m=coef(1);
n=coef(2);
t=m*x+n;
sum_p=sum((y-t).^2);
```

```

v=polyfit(x,y,3);
a=5:1:120;
u=polyval(v,a);
plot(x,t,a,u,x,y,'o');

```

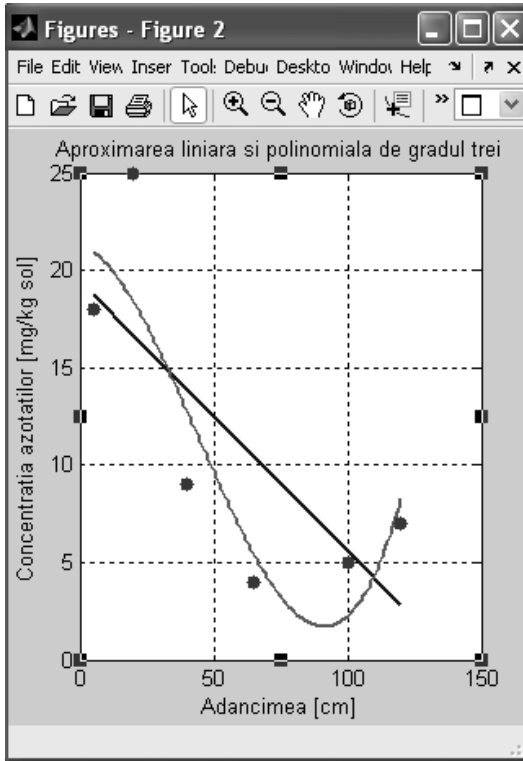


Fig. 2 Aproximarea liniară și polinomială a transferului azotaților în localitatea Micești

Comparând rezultatele pentru adâncimea de  $x = 15 \text{ cm}$  în cele patru cazuri se obține:

- $y = 22,66 \text{ mg/kg sol}$  la interpolarea liniară;
- $y = 25,9722 \text{ mg/kg sol}$  în cazul interpolării spline;
- $y = 17,3322 \text{ mg/kg sol}$  reprezintă aproximarea liniară și
- $y = 19,4458 \text{ mg/kg sol}$  - aproximarea cubică.

#### 4. Concluzii

■ Rezultatele studiului comparativ între metodele de interpolare și aproximare sunt valoric diferite. Totuși ele intră într-un anumit domeniu din vecinătatea mărimii reale.

■ Analiza datelor experimentale prin interpolare și aproximare poate furniza multe informații legate de comportamentul azotaților prin sol. Dacă măsurătorile sunt efectuate în concordantă cu anumiți parametri a mediului, se pot sistematiza informațiile pentru a se crea un model.

■ Aplicarea noilor pachete de programare facilitează cu mult afișarea prelucrării datelor și în consecință crește eficiența metodologiei de cercetare.

#### BIBLIOGRAFIE

[1] Ghiunea, M., Fireșeanu, V., *Matlab*, Editura Teora, București, ISBN 973-601-275-1, 2004.

[2] \* \* \* *Mică enciclopedie matematică* – după lucrarea din limba germană: *Kleine enzyklopadie der mathematik*, a VI-ea ediție, 1971, Editura tehnică, București, 1980.

[3] Rusu, M., Mărghitaș, Marilena, Băluțiu, C., Oroian, I., Paulette, Laura, *Determinative agrochemical conditions of nitrates excel in soil, Role of fertilization in sustainable agriculture*, 12<sup>th</sup> International Symposium of CIEC, București, 2001.

[4] Rusu, M., ș.a., *Aspecte privind fertilizarea cu azot a grâului*, Extras: “Producția vegetală – cereale și plante tehnice”, Nr. 12/decembrie, 1975.

[5] Bejan, M., *În lumea unităților de măsură*, ediția a doua revăzută și adăugită, Editura Academiei Române și Editura AGIR, București, 2005.

Drd. Ing. Rodica BALECA  
Universitatea Tehnică din Cluj-Napoca