A X-a Conferință Națională multidisciplinară - cu participare internațională,
"Profesorul Dorin PAVEL - fondatorul hidroenergeticii româneşti",
SEBEŞ, 2010

APROXIMAREA ARIPII IDEALE PRIN DREPTE

George ARGHIR

APROXIMATION OF THE IDEAL WING BY STREIGHT LINES

The ideal wing has a parabola shape. Its realization is made practically by using straight lines, resulting V wind, U wing, and Uoptimal wing. Uoptimal wing is close to the parabola shape. Its deviation from the parabola is of maximum 0.08 h (height of the wing extremity) at 0.5 t (t-half wingspan, 0 is at the central wing), and to V wing (the most resistant to the shocks) of only 0,3 h, in the same point. U wing, having the extremities starting from the half of the half wings, presents a 0.25 t deviation from parabola ideal wing and to V wing of 0.5t in the same point (0.5 t), being less resistant to shocks.

Cuvinte cheie: aripă ideală, aripă V, aripă U, aripă Uoptim

1. Introducere

Menținerea în aer a unui obiect mai greu ca aerul, în timpul zborului, se realizează pe suprafețe portante. Suprafețele portante sunt aripi în diverse forme, cu diverse profile.

Zborul a început nu prin aruncarea unei pietre în aer ci prin realizarea, bazată pe observații, a unei suprafețe portante, care la deplasarea prin aer să asigure forța portantă, de menținere în aer, cât timp are o anumită viteza relativă față de fileurile de aer.

Se ştie că aripa ideală are forma unei parabole văzută din față şi a unei elipse văzută de sus, însă realizarea practică, spațială a unei suprafețe care să aibă formă parabolică, dar şi eliptică (la un unghi de 90°) este dificilă de realizat. Obținerea unei asemenea suprafețe nu este totul, verificarea ei este dificilă, abaterile sunt greu de remarcat, iar menținerea formei ei este de asemenea dificilă. Reparațiile, care sunt urmarea diferitelor situații, pentru a fi adusă suprafața spațială la forma inițială, sunt dificile. Pentru depăşirea dificultăților menționate se produc aproximări ale suprafețelor prin înlocuirea curbelor cu drepte.

Ideea de aproximare a aripii ideale a apărut într-un articol publicat de Arghir in Der Hangflieger, Germania, 1981 [1], însă numai pentru aripa V şi aripa U.

În prezentul articol se tratează aproximarea aripii ideale prin drepte pentru aeromodele, care aproximare este valabilă şi la avioane. Aproximarea prin drepte a aripii ideale se tratează numai pentru vederea din față, rezultând: aripa V, aripa U şi aripa Uoptim. Aripa W şi aripa Woptim se va trata într-un articol ulterior. Sunt prezentate calculele pentru dimensiunile corespunzătoare, împreună cu unele observații.

2. Prezentarea aproximării aripii ideale pentru diferite aripi

Aripa V este aripa obținută din două drepte, d1, ele trecând prin (0,0) şi (t, h) şi (0,0) şi (-t, h), figura 1. Parabola, p, forma ideală a aripii, trece prin aceleaşi puncte: (-t, h), (0, 0) şi (t, h), are axa pe oy şi ecuația:

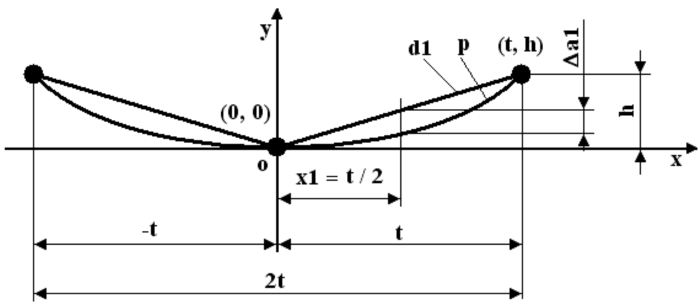

Fig. 1 Parabola, p, aproximată prin două drepte

În figura 1 se observă cum parabola, p, este aproximată prin două drepte, d1 şi simetrica sa în stânga.

$$y = (h/t^2)x^2, \quad (1)$$

iar dreapta, d1, ce trece prin (0, 0) şi (t, h) are ecuaţia:

$$y = (h/t)x, \quad (2)$$

unde: 2t este anvergura aripii şi h – supraînălţarea extremităţii aripii.

Abaterea de la parabola (1) la dreapta (2) este Δa1, dată de:

$$\Delta a1 = (2)(x) – (1)(x) = (h/t)x – (h.t^2)x^2. \quad (3)$$

Pentru găsirea valorii maxime a relaţiei (3), aceasta se derivează în raport cu x şi se egalează cu 0:

$$d\Delta a1 = h/t – 2(h/t^2)x = 0$$

rezultând:

$$x1 = t/2. \quad (4)$$

Rădăcina (4) înlocuită în (3) dă soluţia:

$$\Delta a1max = h/4. \quad (5)$$

Soluţia (4), x1 = t/2, arată că la această poziţie, abaterea parabolei (1) faţă de dreapta (2) este maximă (5), Δa1max = h/4. Δa1max (5) este în interiorul parabolei, în sensul curburii.

Dacă aripa V cade, cu dreapta (1) pe verticală, atunci momentul încovoietor, la impactul cu solul, asupra structurii de rezistenţă mecanică (bord de atac, lonjeron principal, lonjeron secundar, bord de fugă) este proporţional cu (5), Δa1max = h/4, în locul (4), x1 = t/2, la jumătatea aripii pentru aripa în formă de parabolă. Valoarea momentului încovoietor, şi a solicitărilor, este proporţională cu h – supraînălţarea extremităţii aripii.

Aripa în V rezistă cel mai bine la astfel de şocuri, structura de rezistenţă mecanică fiind supusă la compresiune.

Aripa U este aripa aproximată prin trei drepte: una tangentă parabolei în partea centrală în (0, 0), d0, şi celelalte două tangente. Figura 2 prezintă parabola, p, aproximată prin trei drepte, una tangentă în partea centrala, d0, şi două tangente la extremităţi, d2, în extremităţile aripii la (-t, h) şi, respectiv, (t, h), d2, continuându-se până intersectează prima dreaptă orizontală.

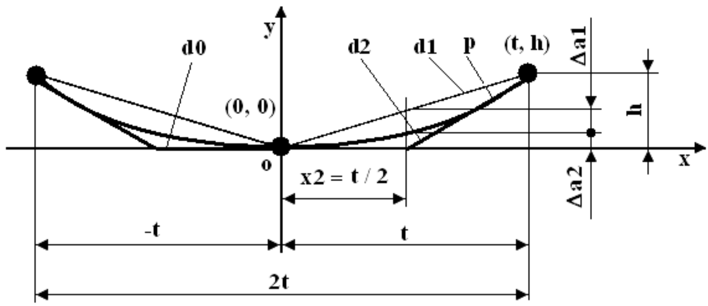

Fig. 2 Parabola, p, aproximată prin trei drepte, una tangentă în partea centrala, d0, şi două tangente la extremități, d2

Tangenta la parabola (1) are expresia:

$$y' = 2(h/t^2)x, \tag{6}$$

care în (t, h) are valoarea:

$$y'(t) = 2(h/t^2)t = 2(h/t). \tag{7}$$

Fie dreapta:

$$y = mx + n \tag{8}$$

cu panta data de (7):

$$y = 2(h/t)x + n, \tag{9}$$

care trece prin (t, h):

$$h = 2(h/t)t + n \tag{10}$$

de unde:

$$h = 2h + n \tag{11}$$

de unde:

$$n = -h \tag{12}$$

şi ecuația dreptei (8) devine:

$$y = 2(h/t)x – h, \tag{13}$$

care la intersecția cu

$$y = 0, \tag{14}$$

dă:

$$0 = 2(h/t)x2 – h, \tag{15}$$

rezultând

$$x2= t/2. \qquad (15, a)$$

Abaterea maximă de la parabola (1) a punctului de intersecție al dreptelor orizontală (14) şi tangentă în extremitatea aripii (13) este:

$$\Delta a2 = (h/t^2)(t/^2)2 = h/4, \tag{16}$$

identică cu Δa1max (5), însă opusă acesteia, opusă curburii parabolei, fiind în exterior.

Considerând:

$$\Delta a1max + \Delta a2 = h/4 + h/4 = h/2 \tag{17}$$

abatere a punctului (t/2, 0) față de dreapta (2) rezultă un moment încovoietor dublu în joncțiunea dintre dreapta (14) şi dreapta (13), şi dreapta (2) pentru structura de rezistență. Momentul încovoietor dublu face ca aripa U să se rupă mult mai uşor decât aripa parabolă, când cade cu dreapta (2) vertical sau aproape vertical.

Aripa Uoptim, ca în figura 3, este aproximată din trei drepte: una tangentă parabolei în partea centrală în (0, 0), d0, şi celelalte două, d3, astfel încât cea din dreapta trece prin (t, h) şi are abaterile Δa3 şi Δa4 față de parabolă, egale şi, respectiv, minimă, iar cea din stânga este simetrică. Parabola (1) şi dreapta (8) ce trece prin (t, h):

$$H = mt + n, \tag{18}$$

de unde:

$$n = h – mt \tag{19}$$

şi de aici:

$$y = mx + h – mt. \tag{20}$$

Dreapta (20) taie $y = 0$ (21)

în x3, astfel încât $0 = mx3 + h – mt$ (22)

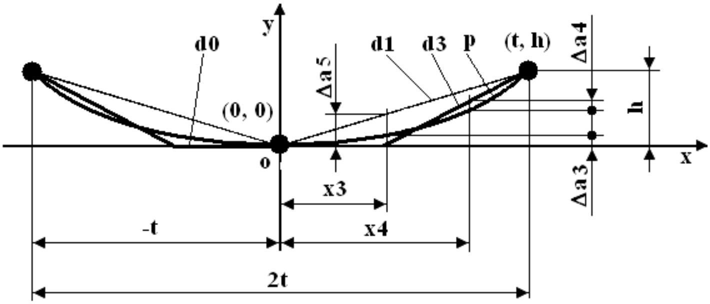

Fig. 3 Parabola, p, aproximată prin trei drepte, una tangentă în partea centrala, d0, şi două trecând prin extremităţi, d3, cât mai aproape de parabolă, Δa3 = Δa4

de unde: $$mx3 = mt - h \tag{23}$$

$$x3 = (mt - h)/m. \tag{24}$$

Abaterea Δa3 este distanţa dintre intersecţia dreptelor (20) şi (21) şi parabola (1), corespunzător x3 (24):

$$\Delta a3 = y_1(x3) = (h/t^2)x3^2 = (h/t^2)\,((mt -)h/m)^2 = (h/t^2)\,(mt - h)^2/m^2. \tag{25}$$

Iar abaterea Δa4 este între parabola (1) şi dreapta (20), pentru x4:

$$\Delta a4 = y_{20}(x4) - y_1(x4) = (mx4 + h - mt) - (h/t^2)x4^2, \tag{26}$$

care trebuie să fie maximă în intervalul dintre două intersecţii, şi deci derivată în raport cu x4 să fie nulă pentru:

$$d\Delta a4/dx4 = m - 2(h/t^2)x4 = m - 2(h/t^2)x4 = 0 \tag{27}$$

de unde: $$m = 2(h/t^2)x4 \tag{28}$$

care este panta dreptei ce asigură Δa4max. Din (28) rezultă

$$x4 = (m/2)(t^2/h) \tag{29}$$

şi valoarea maximă a Δa4max pentru x4 (29) este

$$\Delta a4max = (m^2/4)(t^2/h) + h - mt. \tag{30}$$

Se impune condiția:

$$\Delta a3 = \Delta a4max \qquad (31)$$

şi astfel: $$(h/t^2)(mt - h)^2/m^2 = (m^2/4)(t^2/h) - mt \qquad (32)$$

Rezultând: $$m^4 - 4(h/t)m^3 + 8(t/h)^3m - 4(h/t)^4 = 0. \qquad (33)$$

Fie $$p = h/t \qquad (34)$$

rezultând: $$m^4 - 4pm^3 + 8p^3m - 4p^4 = 0. \qquad (35)$$

De reținut ca în ecuația (35) m este panta dreptei (20).Pentru rezolvarea ecuației de ordinul patru (35) s-a apelat la un program pe calculator, însă inițial s-a introdus valoarea numerică:

$$p = 0{,}1, \qquad (36)$$

rezultând: $$m^4 - 4.0{,}1m^3 + 8.0{,}001m - 4.0{,}0001 = 0. \qquad (37)$$

Ecuația rezolvată numeric dă rădăcinile:

m1 = - 0,141381, (a); m2 = 0,058621, (b); m3 = 0,141422, (c); m4 = 0,341412, (d) (37)

care sunt reale, însă nu toate satisfac anumite condiții.

Dintre rădăcini se acceptă m3 = 0,141422 (37c), fiind cuprinsă între 0,1 (panta dreptei (2)) şi 0,2 (panta dreptei (13)).

Pentru valoarea m3 (37c) rezultă:

$$= t(1 - p/m) = t(1 - 0{,}1/0{,}141422) = 0{,}293t. \qquad (38)$$

Aici Δa3 devine:

Δa3 = (h/t2)(t – h/m)2 = h(t/t – (h/t)(1/m))2 = h(1 – p/m)2 =

= h(1 – 0,1/0,141422)2 = 0,0857h. (39)

Δa4max = (m2/4)(t2/h) + h – mt = h(m2/4(t2/h2) = 1 – m (t/h) =

= h (m2/4(1/p2) + 1 – m/p) = h(0,1414222/4(1/0,01 +

+ 1 – 0,141422/0,1) = 0,08587h (40)

Abaterea față de dreapta (2)

$$\Delta a5 = (h/t)0,293t = 0,293\ h \qquad (41)$$

corespunzător lui x3. Valoare încă destul de mare, însă substanțial mai mică decât (18), valoare încă însemnată, constituind un punct slab în structura de rezistență a aripii. Faptul că este plasat la x3 mai aproape de încastrarea aripii face ca aripa să fie mai rezistentă, momentele de inerție statică a structurii de rezistență fiind mai mari (ca şi solid de egală rezistență supus la încovoiere) pentru x3 decât pentru x2.

3. Concluzii

■ Aripa ideală, element de sustentație, are forma parabolică. Practic realizarea ei se poate face prin drepte, rezultând aripa V, aripa U şi aripa Uoptim.

■ Aripa Uoptim se apropie cel mai mult de forma parabolică. Abaterea față de parabolă este de maxim 0,08 h (h - supraînălțarea extremității aripii) la 0,3 t (t - lungimea semiaripii, o fiind locul central, de încastrare al aripii), iar față de aripa V (cea mai rezistentă la şocuri) de numai de numai 0,3 h, în acelaşi punct.

■ Aripa U, având urechile începând de la jumătatea semiaripii, prezintă abaterea față de aripa ideala (parabolă) de 0,25 t şi față de aripa V de 0,5 t în acelaşi punct (0,5 t), fiind mai puțin rezistentă la şocuri.

BIBLIOGRAFIE

[1] Arghir, G., *Die (On the Shape of the Wings),* Der Ausgleichsflanche des Ruderblattes Hangflieger (Germany), 21, October 1981, p. E21/39 – 41.

Prof.Dr.Ing. fiz. ing. George ARGHIR
Universitatea Tehnică din Cluj-Napoca
membru AGIR