A XI-a Conferință Națională multidisciplinară – cu participare internațională,
"Profesorul Dorin PAVEL – fondatorul hidroenergeticii românești",
SEBEŞ, 2011

O METODĂ DE PROIECTARE A ANGRENAJELOR ELICOIDALE

Gheorghe MILOIU

A HELICAL GEAR DESIGN METHODOLOGY

Within the writing there is structured a cylindrical helical gear design methodology, starting from the theme elements, passing the resistance pre seizing, geometrical calculation, geometry verification in connection to limit conditions for generation and gearing, up to resistance calculation test.

Key words: helical gears, involutes crossed, helical gears
Cuvinte cheie: viteze elicoidale, evolventă, angrenaje elicoidale

1. Introducere

Într-o lucrare recentă [8] sunt evidențiate două direcții noi de aplicare a angrenajelor elicoidale:

- la reductoarele şi motoreductoarele cu axele ortogonale;
- la antrenările ortogonale ale coroanelor pe rulmenți.

Studii recente mențin în actualitate angrenajele elicoidale (figura 1): [2, 4, 5, 9, 12, 13], alături de cărți de înaltă ținută ştiințifică, integral sau parțial consacrate angrenajelor elicoidale [3, 1, 6, 10, 12].

În acest cadru, această lucrare încearcă să structureze o metodică de proiectare a angrenajelor elicoidale, prezentând unitar o succesiune de etape de calcul, de la temă la calculul de verificare de rezistență.

O încercare de sistematizare a etapelor de calcul s-a făcut în [10]. Lucrarea de față duce lucrurile mai departe, beneficiind de studiile

recente [12, 6] sau de lucrări mai vechi dar care nu au fost în atenție în [10], [3], de exemplu.

2. Metodica propusă

În figura 2 se prezintă o metodică de proiectare a angrenajelor elicoidale, structurată în 14 blocuri de calcul.

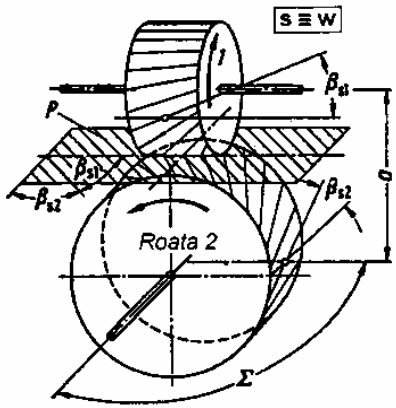

Fig.1. Schema unui angrenaj elicoidal, cu rotile 1 si 2 si cremaliera asociala S [10]

Tabelul 1. Caracteristica cuplului de materiale [12]

Cuplul de materiale	Caracteristică de materiale
	C, N / mm^2
Oțel călit / Oțel călit	6
Oțel călit / Bronz cu Sn	5
Oțel / Bronz cu Sn	4
Oțel sau fontă / Fontă	3

Tabelul 2. Valori orientative la dimensionare, $\Sigma = 90^0$ [12]

Raportul de transmitere	1…2	2…3	3…4	4…5
Numărul de dinți Z_1	20…16	15…12	12…10	10…8
Raportul d_{w1} / a	1…0,7	0,7…0,55	0,55…0,5	

Tabelul 3. Numerele de dinți ale angrenajelor $\Sigma = 45^0$
$a = 80;\ \beta_{w1} = 30^0;\ \beta_{w2} = 15^0;\ m_n = 2,5;$ 3 [9]

Modulul m_n	Raportul de transmitere							
	2,5	3,15	4	5	6,3	8	10	12,5
2,5	42/17 43/17	45/15 46/15	48/12 49/12	50/10 51/10	53/8	54/7 55/7	55/6 56/6	56/5 57/5
3	35/14 36/14	38/12 39/12	40/10 41/10	42/8 43/8	43/7 44/7	45/6	46/5 47/5	47/4 48/4

1. Tema de proiectare	- P, n_1, n_2, u, Σ - aplicația: gabarite disponibile, regimul de lucru
2. Materiale Tehnologie	Funcție de aplicație, competitivitate, tehnologia accesibilă firmei / colaboratorilor
3. Predimensionarea	Intrări: K_A, Z_1, β_{w1}, c, P_1, n_1 - $z_1 = f(u)$ - $\beta_{w1} = 0{,}5\,(\Sigma + \rho)$; $\rho \approx 5°$ - $\beta_{w2} = \Sigma - \beta_{w1}$ - c – coeficient cuplu materiale Ieşiri: dw1 [mm] Diametrul roții conducătoare: $$d_{W1} = 120 \cdot \sqrt[3]{\frac{K_A \cdot P_1 \cdot z_1^2}{c \cdot n_1 \cdot \cos^2 \beta_{w1}}}$$
4. Distanța dintre axe calculată	$$a_c = \frac{d_{w1}}{2} \cdot \left(1 + u \cdot \frac{\cos\beta_{w1}}{\cos\beta_{w2}}\right)$$
5. Distanța dintre axe normalizată	Se alege a, după standardele de angrenaje sau o altă valoare cel puțin egală cu a_c
6. Modulul normal	$$m_{wn} = \frac{2 \cdot a}{\frac{z_1}{\cos\beta_{w1}} + \frac{z_2}{\cos\beta_{w2}}}$$

7. Modulul normal standard	Modulul m_n standard = valoarea cea mai apropiată (standard) de m_{wn} : $m_{wn} / m_n = \mu$; $\mu = 0{,}98 \ldots 1{,}02$
8. Parametrii cremalierei asociate	- Modulul normal de rostogolire $m_{wn} = \mu \cdot m_n$ - Unghiul de presiune normal de rostogolire: $\cos \alpha_{wn} = \mu \cdot \cos \alpha_n$ - Unghiurile de presiune frontale de rostogolire: $tg\ \alpha_{w1} = tg\ \alpha_{wn} / \cos \beta_{w1}$ $tg\ \alpha_{w2} = tg\ \alpha_{wn} / \cos \beta_{w2}$
9. Parametrii cremalierei generatoare	- Modulul normal m_n, unghiul profilului normal α_n (v. mai sus) - Unghiul de inclinare a dinților: $\sin \beta_1 = \mu \cdot \sin \beta_{w1}$ $\sin \beta_2 = \mu \cdot \sin \beta_{w2}$ - Unghiurile profilelor frontale: $tg\ \alpha_{t1} = tg\ \alpha_n / \cos \beta_1$ $tg\ \alpha_{t2} = tg\ \alpha_n / \cos \beta_2$
10. Coeficientul deplasării de profil însumate	$x_\Sigma = [(inv\ \alpha_{w1} - inv\ \alpha_{t1}) \cdot z_1 + (inv\ \alpha_{w2} - inv\ \alpha_{t2}) \cdot z_2] \cdot \frac{1}{2tg\alpha_n}$

11. Repartizarea deplasării x_Σ: x_1 şi x_2

x_1 şi x_2 se aleg din condiția de alunecări specifice egale la intrarea şi ieşirea din angrenare [10]

12. Verificarea calității angrenării

- Limitele generării celor două roți (subtăierea + ascuțirea):

$\rho_1 \geq 0;$ $\rho_2 \geq 0;$

$s_{a1} \geq 0{,}2\, m_n;$ $s_{a2} \geq 0{,}2\, m_n$

- Limitele angrenării roților (interferența + continuitatea angrenării):

$\rho_{u1} \geq 0;$ $\rho_{u2} \geq 0;$

$\rho_A \geq \rho_{u1};$ $\rho_E \geq \rho_{u2}$

$$\varepsilon = \frac{1}{2\pi} \cdot \left[\frac{z_1\left(\mathrm{tg}\alpha_{a1} - \mathrm{tg}\alpha_{wt1}\right)}{\cos^2 \beta_{b1}} + \frac{z_2\left(\mathrm{tg}\alpha_{a2} - \mathrm{tg}\alpha_{wt2}\right)}{\cos^2 \beta_{b2}} \right]$$

$\varepsilon \geq 1{,}2$

13. Element ele geometr ice ale roților

Având z_1, m_n, β_1 si x_1,

respectiv z_2, m_n, β_2 si x_2

se determină elementele:

d_{a1}, d_{a2}, d_{f1}, d_{f2}, h, w_{N1}, w_{N2}

14. Calculul de verificare de rezistență

- Pentru $\Sigma \leq 25^0$:

Calculul se face ca la angrenajele cilindrice exterioare ($\Sigma = 0$).

- Pentru $\Sigma > 25^0$: calculul este expus în [10]:

- verificarea la uzură prin alunecare;
- verificarea la încovoiere;
- verificarea la gripare

Fig. 2 Metodica de calcul a angrenajelor elicoidale

1. **Tema**: Defineşte aplicația, exigențele şi principalele cerințe.

2. **Materialele şi tehnologia**: Cadrul tehnologic trebuie ştiut de la proiectare: materialele, tratamentul termic, posibilitățile de finisare a danturii.

3. **Predimensionarea:** Cu caracteristica de material din tabelul 1 şi numerele de dinți din tabelele 2 şi 3 se determină diametrul pinionului (roții conducătoare), d_{w1} [12]. În calcul se ia sarcina amplificată cu coeficientul regimului de lucru [10, 11, 12].

4–5**. Distanța dintre axe**: Folosind d_{w1} ; $u = z_2/z_1$, β_{w1}, β_{w2} (unghiurile danturii pe cilindrii de rostogolire, alese în blocul 3) se calculează distanța dintre axe a_c, care se rotunjeşte la o valoare cu care se va lucra în continuare, a (figura 1).

6. **Modulul normal**: În acest bloc se calculează modulul normal pe cremaliera asociată, pe suprafețele de rostogolire [2, 3, 9].

7. **Modulul normal standard**: Se va accepta valoarea standard cea mai apropiată de rezultatul blocului precedent.

8. **Parametrii cremalierei asociate**: Cremaliera asociată angrenajului 1 – 2 (figura 1) este definită prin modulul de rostogolire m_{wn}, unghiurile de presiune normal şi frontal de rostogolire α_{wn}, α_{w1}, α_{w2}.

9. **Parametrii cremalierei generatoare**: m_n, α_n, β_1, β_2, α_{t1}, α_{t2}.

10 **Coeficientul deplasării de profil însumate**: x_Σ se calculează cu o formulă derivată din cea de la angrenajele cilindrice exterioare, cu observația că pentru z_1 corespund unghiurile α_{w1} şi α_{t1} , iar pentru z_2 unghiurile α_{w2} şi α_{t2}.

11. **Repartizarea deplasării x_Σ pe cele două roți**: z_1 şi z_2 se repartizează pe un criteriu aplicat la angrenajele cilindrice exterioare, de exemplu criteriul alunecărilor specifice egalizate [10].

12. **Verificarea calității angrenării**: Calculele privesc verificarea respectării limitelor generării (fără subtăierea şi ascuțirea

dinților, adică cu raze de curbură pozitive la baza dinților şi cu grosimea dinților pe cilindrul exterior cel puțin 0,2 m_n) şi a limitelor angrenării corecte (fără interferență în zona de racord a dinților şi asigurând un grad de acoperire min. 1, 2).
În [3] se dă un număr de contururi de blocare, care uşurează verificarea încadrării în generarea şi angrenarea corecte.

13. **Elementele geometrice ale roților**: Practic se folosesc roțile cunoscute de la angrenajele cilindrice exterioare, luând pe rând m_n , β_1 şi x_1 – pentru roata 1 si m_n , β_2 si x_2 – pentru roata 2.

14. **Calculul de verificare de rezistență**: După [10], calculul de rezistență pentru angrenajele $\Sigma \leq 25^0$ se face ca la angrenajele cilindrice cu axele paralele ($\Sigma = 0$).
Pentru $\Sigma > 25^0$ se urmează [10]: verificarea la uzură prin alunecare; verificarea rezistenței dinților la încovoiere; verificarea rezistenței la gripare.

Concluzii

■ Metodica expusă are 14 blocuri de calcul şi valorifica progresele în calculul geometric şi de rezistență din publicații recente.

■ Practic, calculul debutează cu predimensionarea pe baza recomandărilor din [12, 9], respectiv tabelele 1, 2, şi 3. Calculul geometric şi verificarea limitelor de generare şi de angrenare urmează relațiile din figura 2 şi contururile de blocare din [3].

■ Calculul de rezistență urmează [10].

BIBLIOGRAFIE

[1] Colbourne, J.R., *The geomety of involute gears*, Springer – Verlag, New York, 1987, pag. 405-450.
[2] Dobre, G., Mirică, R., Miloiu, Gh., Ionel, M., *Calculul general geometric al angrenajelor elicoidale.* În: Ştiință şi inginerie, vol. 16, Editura AGIR, Bucureşti, 2009, pag. 707-712.
[3] Kurlov, B.A., *Vintovîe evolventnîe peredaci.* Izd. Masinostroenie, Moscova, 1981, pag. 176.
[4] Litvin, F.L., a.o., *Generalized concept of meshing and contact of involute crossed helical gears and its application.* În: Computer Methods in Applied Mechanics and Engineering, 194 (2005), pag. 3710 – 3745.

[5] Litvin, F.L., a.o., *Topology of modified surfaces of involute helical gears with line contact developed for improvement of bearing contact, reduction of transmission errors, and stress analysis.* În: Mathematical and Computer Modelling, 42 (2005), pag. 1063 - 1078.
[6] Litvin, F.L., Fuentes, A., *Geomertia angrenajelor şi Teorie aplicată.* Editura Dacia, Cluj-Napoca, 2009 (traducere din limba engleză), 1036 pag., Cap. 16. Angrenaje elicoidale în evolventă cu axe încrucişate, pag. 543 – 583.
[7] Miloiu, Gh., Dobre, Gh., Mirică, R., Dascaliuc, M., *On the multicriterial selection of the gears motor type in a drive system application.* În: UMTIK 2006-12th Internat Conf. on Machine Design and Production, Kusadasi – Turkey, pag. 947 – 957.
[8] Miloiu, Gh., Ionel, M., *Noi aplicații ale angrenajelor elicoidale*. În: Ştiință şi inginerie, vol. 16, Editura AGIR, Bucureşti, 2009, pag. 701 – 706.
[9] Miloiu, Gh., Ionel, M., Miloiu, D., *Calculul angrenajelor elicoidale cu unghiul dintre axe $\Sigma = 45^0$.* În: Ştiință şi Inginerie, vol. 16, Editura AGIR, Bucureşti, 2009, pag. 713 – 720.
[10] Niemann, G., Winter, H., *Maschinenelemente*, Bd. III, S. 1 – 19, Springer Verlag, Berlin, 1986.
[11] Rădulescu, G., Miloiu, Gh., ş.a., *Îndrumar de proiectare în construcția de maşini*, vol. III, Editura tehnică, Bucureşti, 1986, pag. 7 – 226.
[12] Roloff/Matek, *Organe de maşini*, vol.2, Editura MATRIX ROM Bucureşti, 2008 (traducere din limba germană), cap. 23, pag. 823 – 827 + Anexe TB 23 – 1….TB 23 – 11.
[13] Zhang, Y., Fang, Z., *Analysis of tooth contact and load distribution of helical gears with crossed axes.* În: Mechanism and Machine Theory, 34 (1999), pag. 41 – 57.
[14] Prospecte de la firmele: 1 STM Riduttori: *Riduttori – Motoriduttori Ortogonali at assi sghembi*. 2 URB – General bearings Catalogue 1994: *Slewing bearings*, pag. 512 – 556.

Dr.Ing. Gheorghe MILOIU
Specialist S.C. CONFIND Câmpina, membru ROAMET
e-mail: gmiloiu@confind.ro