A XI-a Conferință Națională multidisciplinară – cu participare internațională,
"Profesorul Dorin PAVEL – fondatorul hidroenergeticii românești",
SEBEŞ, 2011

MODELUL MATEMATIC AL FREZEI MELC CONICE

Nour-Ioan CRIŞAN, Mihai SUDRIJAN

THE MATHEMATICAL MODEL OF CONICAL HOB

The paper presents the mathematical model of conical hob.

Keywords: helical Archimedic
Cuvinte cheie: elicoid arhimedic

Suprafețele elicoidale înfăşurătoare, ale muchiilor aşchietoare, aparținând frezei melc conice, generează flancurile dinților roții conice Palloid.

În vederea posibilității studierii flancurilor de dinte, realizate la danturare, se impune elaborarea unui model matematic, pentru muchiile aşchietoare ale sculei.

Ecuațiile parametrice (4) [1] determină suprafețele elicoidale înfăşurătoare ale muchiilor aşchietoare. Unghiurile de înclinare ale generatoarelor rectilinii (figura 1 şi figura 2), [1], notate cu α_{SStg} şi α_{Sdr}, definesc suprafețele înfăşurătoare ale muchiilor aşchietoare stânga, sau dreapta.

Aceste ecuații determină mulțimea de puncte, care alcătuiesc suprafețele înfăşurătoare. Modelul matematic al sculei va analiza, numai acele puncte, care aparțin muchiilor aşchietoare. Aşa cum s-a precizat, aceste muchii aşchietoare sunt secțiuni axiale ale suprafețelor înfăşurătoare şi corespund unghiurilor de rotație θ_i, din relațiile (6) şi

(8), [1]. Muchiile aşchietoare se vor considera ca segmente pe dreapta generatoare, a cărei lungime curentă este u.

Pentru valorile lui u, care corespund segmentelor muchiilor aşchietoare, ecuațiile (4), [1] vor determina coordonatele punctelor active ale sculei. Valorile parametrului u au fost delimitate în direcție radială, prin suprafața conului circular (figura 2), [1].

Pentru muchiile aşchietoare stânga, parametrul u_{iStg}, se va deduce, pe baza figurii 2, [1], sub forma:

$$u_{iStg} = \frac{cp_{Stg} \sin \varepsilon}{\cos \alpha_0} \cdot \theta_{iStg}. \qquad (1)$$

Cu ajutorul relației (13) [1], s-a obținut o delimitare a segmentului de generatoare, prin suprafața conului de divizare al sculei (figura 2).

În funcție de θ_{iStg} se obțin segmente u_{iStg}, pentru fiecare muchie aşchietoare. Valorile rezultate din relația (1) corespund pentru puncte, muchiilor aşchietoare situate pe conul de divizare.

Punctele active, situate pe muchia aşchietoare completă, vor avea valori ale parametrului u_{iStg}, la care se însumează cantități corespunzătoare cu poziția acestora, în raport cu conul de divizare.

Dacă se analizează, pe muchia aşchietoare, puncte de ordin i, rezultând o divizare a tăişului sculei în n intervale, se obțin valori ale parametrului u_{ijStg} sub forma:

$$u_{ijStg} = \frac{cp_{Stg} \cdot \sin \varepsilon}{\cos \alpha_0} \cdot \theta_{iStg} \pm \frac{2h_k}{\cos \alpha_0} \cdot \frac{j}{n}. \qquad (2)$$

Valoarea n indică numărul de puncte, care au fost alese pe muchia aşchietoare, iar j arată numărul de ordine al punctului analizat.

Pentru muchia aşchietoare dreapta există o relație de calcul analoagă, care determină valoarea aceluiaşi parametru:

$$u_{ijdr} = \frac{cp_{dr} \sin \varepsilon}{\cos \alpha_0} \cdot \theta_{idr} \pm \frac{2h_k}{\cos \alpha_0} \cdot \frac{j}{n}. \qquad (3)$$

În relațiile (3) şi (2), h_k reprezintă înălțimea capului dintelui sculei, iar, p_{Stg} şi p_{dr}, parametrii elicoidali ai suprafețelor înfăşurătoare ale celor două muchii aşchietoare. Parametrul elicoidal al suprafeței înfăşurătoare, a muchiilor aşchietoare stânga, se determină prin relația:

$$p_{Stg} = \frac{t_a}{2\pi}, \tag{4}$$

în care, t_a este pasul axial al sculei.

Pasul axial al sculei se poate determina, în funcție de elementele constructive ale frezei melc conice, pe baza figurii 1.

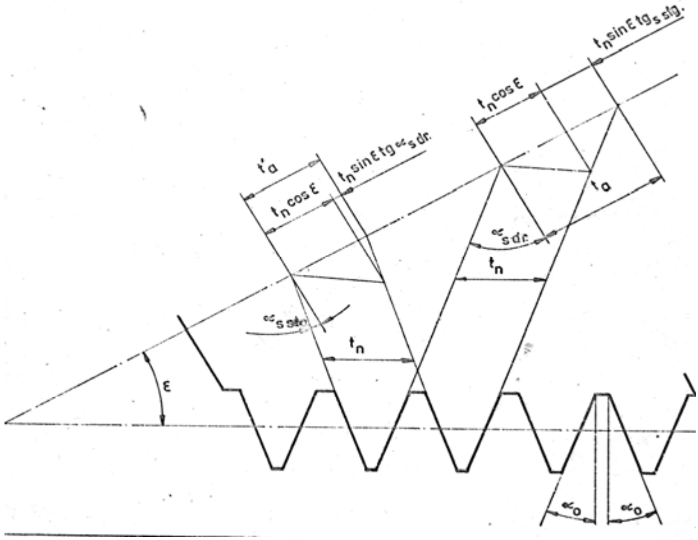

Fig. 1 Paşii axiali ai frezei melc conice

$$t_a = \pi \cdot m_n \left(\cos\varepsilon + \sin\varepsilon tg\alpha_S\right). \tag{5}$$

Prin înlocuirea pasului axial (5) în relația (4), se obține formula de calcul a parametrului elicoidal, pentru suprafața înfăşurătoare a muchiilor aşchietoare – stânga:

$$p_{Stg} = \frac{m_n}{2}\left(\cos\varepsilon + \sin\varepsilon \cdot tg\alpha_{SStg}\right). \tag{6}$$

Parametrul elicoidal, pentru suprafața înfăşurătoare a muchiilor aşchietoare – dreapta, se deduce în mod analog şi are expresia:

$$p_{dr}=\frac{m_n}{2}\left(\cos\varepsilon+\sin\varepsilon\,tg\alpha_{Sdr}\right). \tag{7}$$

Cu ajutorul relațiilor (6) şi (7), se poate determina numeric parametrul u_{ij}, rezultând valori distincte, pentru fiecare punct al muchiei tăietoare. Dacă se introduc valorile u_{ij}, astfel calculate, în ecuațiile (4) [1], suprafața înfăşurătoare a sculei se va determina sub forma unei rețele de puncte, de coordonate x_{0ij}, y_{0ij} şi z_{0ij}.

În acest mod s-a elaborat un model matematic al sculei, la care, muchiile aşchietoare stânga sunt evidențiate sub forma unei rețele de puncte rezultate din ecuațiile:

$$\begin{aligned}
x_{0ijStg} &= -u_{ijStg}\cos\alpha_{SStg}\cos\theta_{iStg};\\
y_{0ijStg} &= -u_{ijStg}\cos\alpha_{SStg}\sin\theta_{iStg};\\
z_{0ijStg} &= cp_{Stg}\theta_{iStg}-u_{ijStg}\sin\alpha_{SStg}.
\end{aligned} \tag{8}$$

Ecuațiile (8), pentru $c=1$, definesc rețeaua de puncte, ale suprafeței înfăşurătoare, corespunzătoare muchiilor aşchietoare – stânga, la o freză melc conică de sens dreapta. Pentru $c=-1$, ecuațiile (8) vor determina rețeaua punctelor suprafeței înfăşurătoare, corespunzătoare muchiilor aschietoare – stânga, de la freza melc conică de sens stânga.

Suprafața înfăşurătoare a muchiilor aşchietoare – dreapta, definită sub formă de rețea de puncte, se obține prin ecuații analoage:

$$\begin{aligned}
x_{0ijdr} &= -u_{ijdr}\cos\alpha_{Sdr}\cos\theta_{idr};\\
y_{0ijdr} &= -u_{ijdr}\cos\alpha_{Sdr}\sin\theta_{idr};\\
z_{0ijdr} &= cp_{dr}\theta_{idr}-u_{ijdr}\sin\alpha_{Sdr}.
\end{aligned} \tag{9}$$

Pentru $c=1$, ecuațiile (9) vor reprezenta rețeaua punctelor suprafeței, înfăşurătoare, corespunzătoare muchiilor aşchietoare dreapta, de la freza melc conică de sens dreapta. Dacă $c=-1$, ecuațiile (9) vor reprezenta rețeaua punctelor, suprafeței înfăşurătoare, ale muchiilor aşchietoare – dreapta, de la freza melc conică de sens stânga.

Calculul numeric al coordonatelor punctelor muchiilor aşchietoare, ale frezelor melc conice, este necesar în vederea realizării controlului acestora, cu ajutorul maşinilor de măsurat în trei coordonate.

Pentru calcul, se folosesc ecuațiile (8) şi (9). Programul de calcul reclamă, ca date inițiale, următoarele elemente:

m_n – modulul normal al frezei;

α_0 – unghiul de angrenare;

ε – unghiul conului de divizare;

n – numărul intervalelor determinate de cele j puncte de calcul, considerate pe muchia tăietoare de ordin i;

Z_N – numărul suprafețelor de degajare aparținând frezei melc;

F_e – lungimea generatoarei exterioare, măsurată până la mijlocul primului dinte complet $(i = 0)$, egală cu diametrul conului de divizare pe care se află acest dinte.

Cu ajutorul programului de calcul pot fi determinate puncte aparținând flancului – stâng, sau drept – ale frezelor melc conice de sens stânga, sau dreapta.

Au fost stabilite relații geometrice, care au permis calculul punctelor limită, $x_{0ijStg,dr\,min}$, $y_{0ijStg,dr\,max}$, $z_{0ijStg,dr\,max}$ şi $x_{0ijStg,dr\,min}$, $y_{0ijStg,dr\,min}$, $z_{0ijStg,dr\,min}$, pentru flancurile – stâng, sau drept – ale frezelor melc conice de sens stânga, sau dreapta.

Volumul mare al acestor calcule, nu a permis prezentarea lor în lucrare.

Coordonatele punctelor muchiilor aşchietoare sunt determinate prin calcul şi înregistrate pe imprimantă, pentru fiecare dinte de ordin i, al frezei melc conice.

Pentru o freză, având modulul normal 4, care a fost aleasă ca studiu de caz, numărul de ordine i, al dinților, are valori cuprinse între 0 şi 63, se indică modul în care s-a efectuat limitarea variației coordonatelor $x_{0ij}, y_{0ij}, z_{0ij}$, prin valorile lor maxime, respectiv minime.

Punctele muchiilor aşchietoare, situate pe conul de divizare, corespund valorilor $j = 0$, pentru intervalele definite pe tăişul sculei.

În vederea studierii sculei, sunt suficiente a se analiza, pe muchia aşchietoare, cinci puncte. Punctele, corespunzătoare capului şi piciorului muchiei aşchietoare, se determină pentru $j = 2$, respectiv $j = -2$.

Sunt calculate, de asemenea şi punctele intermediare, corespunzătoare valorilor $j = 1$ şi $j = -1$, situate la mijlocul capului muchiei aşchietoare, respectiv la mijlocul piciorului acesteia, în raport cu conul de divizare.

Coordonatele $x_{0ij}, y_{0ij}, z_{0ij}$, calculate pentru punctele muchiilor aşchietoare, sunt prezentate pe o listă de date cu valorile coordonatelor rețelei de puncte care definesc muchiile aşchietoare– ale frezelor melc conice de sens dreapta.

COORDONATELE PUNCTELOR CARE DEFINESC MUCHIILE TAIETOARE 73
STINGA ALE FREZEI MELC CONICE DE SENS DREAPTA Fig.2

Fe=49		mn=4.00		n= 2	ZN=10
	Alfa0=20gr.			Epsilon=30gr.	
As=50	E=-1	F= 1	G= 0	H= 1	Ss= 1
L=-1	S=-1	C= 1	R= 0	Q=-1	K=-1

Xmin= -60.1057	Ymin= -61.6765	Zmin= 33.1226
Xmax= 63.2473	Ymax= 58.5349	Zmax= 110.1624
X0. 0.-2= 16.4456	Y0. 0.-2= -7.3511	Z0. 0.-2= 41.6008
X0. 0.-1= 18.0693	Y0. 0.-1= -8.0769	Z0. 0.-1= 39.4813
X0. 0. 0= 19.6930	Y0. 0. 0= -8.8027	Z0. 0. 0= 37.3617
X0. 0. 1= 21.3166	Y0. 0. 1= -9.5284	Z0. 0. 1= 35.2422
X0. 0. 2= 22.9403	Y0. 0. 2= -10.2542	Z0. 0. 2= 33.1226

BIBLIOGRAFIE

[1] Bojan, Şt., Mîntoiu, L., *Considerații asupra geometriei frezei*. În: Ştiință şi Inginerie, Editura AGIR, Bucureşti, 2011, vol. 20, pag. 657-664, lucrare în curs de publicare, prezentată la Conferința Națională multidisciplinară – cu participare internațională ”Profesorul Dorin Pavei – fondatorul hidroenergeticii româneşti”, Sebeş, 3-4 iunie 2011.
[2] Sudrijan, M., *Contribuții asupra îmbunătățirii geometriei frezei melc conice pentru prelucrarea danturii Palloid*. Teză de doctorat, Institutul Politehnic Cluj-Napoca, 1983.

Prof.Dr.Ing. Nour-Ioan CRŞAN
Facultatea de Mecanică, Universitatea Tehnică din Cluj-Napoca
membru AGIR
Dr.Ing. Mihai SUDRIJAN
Preşedintele Sucursalei Alba a AGIR