



A XI-a Conferință Națională multidisciplinară – cu participare internațională,  
"Profesorul Dorin PAVEL – fondatorul hidroenergeticii românești",  
SEBEȘ, 2011

## **APLICARE A MELCULUI GENERATOR PENTRU MANUFACTURAREA ROȚII FRONTALE LA ANGRENAJUL PINION CILINDRIC-ROATĂ FRONTALĂ (II)**

Iosif Vencel CSIBI, Dorin HERCIU, Pavel-Teodor CISMAȘ  
Cătălin-Sandu GRUIN, Mihai SUDRIJAN

### **GENERATOR WORM APPLICATION FOR MANUFACTURING OF FACE GEAR FOR FACE GEAR DRIVE (II)**

The paper presents the application of generator worm for manufacturing of face gear for face drive.

Keywords: worm generator  
Cuvinte cheie: melc generator

#### **3. Determinarea suprafeței melcului abraziv**

Suprafața melcului generator,  $\Sigma_m$ , care este utilizată pentru rectificarea flancurilor dinților roții dințate frontale,  $\Sigma_2$ , este generată de suprafața cușitului roată,  $\Sigma_s$ , după cum se ilustrează în figurile 4 și 5. Determinarea suprafeței melcului abraziv,  $\Sigma_m$ , se va efectua în următoarele etape:

(i) Suprafața  $\Sigma_s$ , a cușitului roată, este o suprafață a unei roți dințate cu dantură dreaptă în evolventă (figura 4 și figura 5), determinată prin ecuațiile:

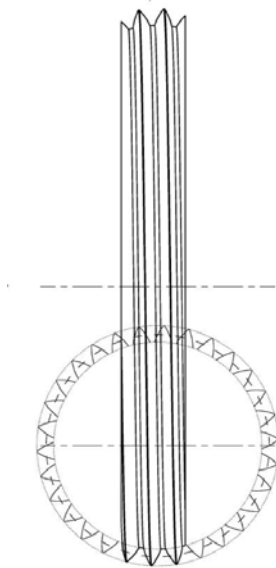


Fig. 4 Ilustrarea schematică a angrenării cuțitului roată și a melcului

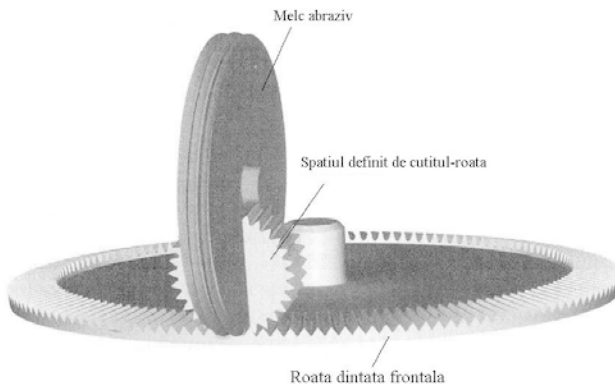


Fig. 5 Ilustrarea angrenării simultane a cuțitului roată, a melcului și a roții frontale

$$x_s = r_{bs} [\cos(\theta_s + \eta_s) + \theta_s \sin(\theta_s + \eta_s)]; \quad (5)$$

$$y_s = r_{bs} [\pm \sin(\theta_s + \eta_s) \mp \theta_s \cos(\theta_s + \eta_s)]; \quad (6)$$

$$z_s = u_s. \quad (7)$$

Aici,  $\theta_s$  și  $u_s$ , sunt parametrii suprafeței;  $\eta_s$  este unghiul care măsoară jumătatea golului dintre dinți pe cilindrul de bază;  $r_{bs}$  este raza cilindrului de bază. Parametrii  $\theta_s$  și  $\eta_s$  sunt reprezentați în figura 3 ; parametrul  $u_s$  este direcționat după axa  $z_s$ . Semnele, superior și inferior în ecuația (6), corespund profilurilor, I și, respectiv, II (figura 3).

(ii) Suprafața melcului abraziv,  $\Sigma_m$ , este determinată în sistemul de coordonate  $S_m$  (Fig. 1), prin ecuațiile:

$$\vec{r}_m(u_s, \theta_s, \psi_s) = M_{ms}(\psi_s) \cdot \vec{r}_s(u_s, \theta_s); \quad (8)$$

$$\left( \frac{\partial \vec{r}_m}{\partial u_s} \times \frac{\partial \vec{r}_m}{\partial \theta_s} \right) \cdot \frac{\partial \vec{r}_m}{\partial \psi_s} = f_{ms}(u_s, \theta_s, \psi_s) = 0. \quad (9)$$

Funcția vectorială  $\vec{r}_m(u_s, \theta_s, \psi_s)$  reprezintă familia de suprafețe ale cuțitului roată,  $\Sigma_s$ , reprezentată în sistemul de coordonate  $S_m$ , în care se va reprezenta melcul abraziv. Parametrii  $(u_s, \theta_s)$ , în funcția vectorială  $\vec{r}_m(u_s, \theta_s, \psi_s)$ , reprezintă parametrii suprafeței cuțitului roată.

Matricea de transformare,  $M_{ms}$ , din sistemul de coordonate al cuțitului roată,  $S_s$ , în sistemul de coordonate al melcului abraziv,  $S_m$ , are următoarea expresie:

$$M_{ms} = M_{mc} \cdot M_{cb} \cdot M_{ba} \cdot M_{as}, \quad (10)$$

unde, produsul matriceal este format din matricele de transformare: din sistemul de coordonate al sculei,  $S_s$ , în sistemul de coordonate auxiliar,  $S_a$ ; din sistemul de coordonate,  $S_a$ , în sistemul de coordonate auxiliar,  $S_b$ ; din sistemul de coordonate,  $S_b$ , în sistemul de coordonate auxiliar,  $S_c$  și din sistemul de coordonate,  $S_c$ , în sistemul de coordonate al melcului abraziv,  $S_m$ .

Matricele de transformare, menționate, sunt expuse în continuare:

$$M_{as} = \begin{vmatrix} \cos \psi_s & -\sin \psi_s & 0 & 0 \\ \sin \psi_s & \cos \psi_s & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{vmatrix}; \quad (11)$$

$$M_{ba} = \begin{vmatrix} 1 & 0 & 0 & a_{ms} \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{vmatrix}; \quad (12)$$

$$M_{cb} = \begin{vmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & -\sin \gamma_m & -\cos \gamma_m & 0 \\ 0 & \cos \gamma_m & -\sin \gamma_m & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{vmatrix}; \quad (13)$$

$$M_{mc} = \begin{vmatrix} \cos \psi_m & -\sin \psi_m & 0 & 0 \\ \sin \psi_m & \cos \psi_m & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{vmatrix}. \quad (14)$$

Produsul matriceal s-a efectuat după cum urmează:

$$\begin{aligned} & [(M_{mc} \cdot M_{cb}) \cdot M_{ba}] \cdot M_{as} = \\ & = \begin{vmatrix} \cos \psi_m \cdot \cos \psi_s + & -\cos \psi_m \cdot \sin \psi_s + & \sin \psi_m \cdot \cos \gamma_m & a_{ms} \cdot \cos \psi_m \\ + \sin \psi_m \cdot \sin \gamma_m \cdot \sin \psi_s & + \sin \psi_m \cdot \sin \gamma_m \cdot \cos \psi_s & & \\ \sin \psi_m \cdot \cos \psi_s - & -\sin \psi_m \cdot \sin \psi_s - & -\cos \psi_m \cdot \cos \gamma_m & a_{ms} \cdot \sin \psi_m \\ -\cos \psi_m \cdot \sin \gamma_m \cdot \sin \psi_s & -\cos \psi_m \cdot \sin \gamma_m \cdot \cos \psi_s & & \\ \cos \gamma_m \cdot \sin \psi_s & \cos \gamma_m \cdot \cos \psi_s & -\sin \gamma_m & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{vmatrix}. \end{aligned} \quad (15)$$

Expresiile coordonatelor punctelor familiei de suprafețe ale cuțitului roată se vor obține pe baza ecuației matriceale, după cum urmează:

$$\begin{aligned} x_m &= x_s (\cos \psi_m \cdot \cos \psi_s + \sin \psi_m \sin \gamma_m \sin \psi_s) + \\ &+ y_s (-\cos \psi_m \sin \psi_s + \sin \psi_m \sin \gamma_m \cos \psi_s) + \\ &+ z_s (\sin \psi_m \cos \gamma_m) + a_{ms} \cos \psi_m; \end{aligned} \quad (16)$$

$$\begin{aligned}
y_m &= x_s (\sin \psi_m \cos \psi_s - \cos \psi_m \sin \gamma_m \sin \psi_s) + \\
&+ y_s (-\sin \psi_m \sin \psi_s - \cos \psi_m \sin \gamma_m \cos \psi_s) + \\
&+ z_s (-\cos \psi_m \cos \gamma_m) + a_{ms} \sin \psi_m; \quad (17)
\end{aligned}$$

$$z_m = x_s (\cos \gamma_m \sin \psi_s) + y_s (\cos \gamma_m \cos \psi_s) + z_s (-\sin \gamma_m). \quad (18)$$

După cum, deja, s-a menționat funcția vectorială  $\vec{r}_m(u_s, \theta_s, \psi_s)$  este familia de suprafețe,  $\Sigma_s$ , ale cuțitului roată, reprezentată în sistemul de coordonate  $S_m$ . Parametrii  $(u_s, \theta_s)$ , în funcția vectorială  $\vec{r}_m(u_s, \theta_s, \psi_s)$ , reprezintă parametrii suprafeței cuțitului roată, iar parametrul  $\psi_s$ , în  $\vec{r}_m(u_s, \theta_s, \psi_s)$ , este parametrul generalizat al mișcării. Se menționează că în timpul generării melcului, cuțitul roată și melcul execută rotații în jurul axelor  $z_a$  și  $z_m$ . Unghiurile de rotație, al cuțitului roată,  $\psi_s$  și al melcului abraziv,  $\psi_m$  (figura 1), sunt corelate de către ecuația:

$$\frac{\psi_s}{\psi_m} = \frac{1}{N_s}, \quad (19)$$

respectiv,

$$\psi_m = N_s \cdot \psi_s. \quad (20)$$

Unghiul de rotație al melcului abraziv,  $\psi_m$ , din ecuațiile: (17); (18) și (19), se va substitui prin expresia (21) și se vor obține expresiile coordonatelor punctelor familiei de suprafețe ale cuțitului roată sub forma:

$$\begin{aligned}
x_m &= x_s (\cos N_s \psi_s \cos \psi_s + \sin \gamma_m \sin N_s \psi_s \cdot \sin \psi_s) + \\
&+ y_s (-\cos N_s \psi_s \sin \psi_s + \sin \gamma_m \sin N_s \psi_s \cos \psi_s) + \\
&+ z_s (\cos \gamma_m \sin N_s \psi_s) + a_{ms} \cos N_s \psi_s; \quad (21)
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
y_m &= x_s (\sin N_s \psi_s \cos \psi_s - \sin \gamma_m \cos N_s \psi_s \cdot \sin \psi_s) + \\
&+ y_s (-\sin N_s \psi_s \sin \psi_s - \sin \gamma_m \cos N_s \psi_s \cdot \cos \psi_s) + \\
&+ z_s (-\cos \gamma_m \cos N_s \psi_s) + a_{ms} \sin N_s \psi_s; \quad (22)
\end{aligned}$$

$$z_m = x_s (\cos \gamma_m \sin \psi_s) + y_s (\cos \gamma_m \cdot \cos \psi_s) + z_s (-\sin \gamma_m). \quad (23)$$

În expresiile coordonatelor punctelor familiei de suprafețe ale cuțitului roată se vor efectua unele substituții.

## BIBLIOGRAFIE

- [1] Miller, E.W., *Hob for Generation Crown Gear*. USA Patent 2,304,588, 1942.
- [2] Litvin, F., Fuentes, L., Zanzi, C., Pontiggia, M., *Face Gear Drive with Spur Involute Pinion: Geometry, Generation by Worm, Stress Analysis*. NASA/CR-2002-211362. ARL-CR-491, February 2002
- [3] Litvin, F.L., *Gear Geometry and Applied Theory*. New Jersey, Prentice Hall, Englewood Cliffs, NJ, 1994.
- [4] Litvin, F.L., Fuentes, A., *Geometria angrenajelor și teorie aplicată*. Ediția a doua. Editura Dacia, Cluj-Napoca, 2009.

Prof.Dr.Ing. Iosif Vencel CSIBI  
membru AGIR  
Universitatea Tehnică din Cluj-Napoca  
Drd.Ing. Dorin HERCIU  
Transmission Cugir, membru AGIR  
Mat. Pavel-Teodor CISMAȘ  
Dr.Ing. Cătălin-Sandu GRUIN  
Nova-Grup, Cugir  
Dr.Ing Mihai SUDRIJAN  
S.C. Sculăria SRL Cugir, Președintele Sucursalei Alba a AGIR