A XIV-a Conferinţă internaţională – multidisciplinară,
"Profesorul Dorin PAVEL – fondatorul hidroenergeticii româneşti",
SEBEŞ, 2014

EFECTUL DEFECTELOR STRUCTURALE ASUPRA COMPORTAMENTULUI DINAMIC AL GRINZILOR COMPOZITE STRATIFICATE

Marius TUFOI, Gilbert-Rainer GILLICH, Daniela Elena BÎRDEANU, Cornel HAŢIEGAN, Zeno-Iosif PRAISACH

EFFECT OF STRUCTURAL DAMAGES ON THE DYNAMIC BEHAVIOUR OF LAMINATED BEAMS

This paper presents results obtained by modal analysis on composite beam-like structures in healthy and damaged state. The aim is to obtain damage "signatures" for all possible damage scenarios and to use these data to assess transversal cracks based on vibration techniques, by involving natural frequency shifts. The analysis was performed in SolidWorks software for a five-layer composite, 30 vibration modes being obtained by numerical simulations. An example how to interpret the results is shown in the last section of the paper.

Keywords: damage, finite elements, frequency, simulation, structure
Cuvinte cheie: defect, elemente finite, frecvenţă, simulare, structură

1. Introducere

Inspecţia periodică şi controlul structurilor inginereşti sunt imperativ necesare din punct de vedere al detectării defectelor în timp real şi de a asigura astfel siguranţa utilizării structurii. Identificarea timpurie a defectelor structurale în timpul perioadei de expoatare a structurilor mecanice permite o mentenanţă bine programată, cu impact asupra reducerii costurilor de exploatare sau poate justifică înlocuirea

structurii cu scopul evitării accidentelor, care pot avea urmări tragice pentru indivizi, şi avariilor, ce pot cauza pierderi materiale şi financiare însemnate. Lucrarea prezintă studiile efectuate pe structuri compozite de tip grindă, derulate în vederea stabilirii relevanţei influenţei defectelor transversale asupra comportamentului dinamic al grinzii.

2. Efectul defectelor la barele din materiale izotrope

Defectele structurale influenţează comportamentul dinamic al structurilor, prin modificarea caracteristicilor mecanice şi dinamice cum sunt: frecvenţele naturale, formele modale, gradul de amortizare, rigiditatea sau flexibilitatea. Pe aceste principii se bazează metodele globale de detectare a defectelor.

În literatura de specialitate, metodele cele mai des prezentate şi considerate utilizabile în aplicaţii industriale sunt cele bazate pe modificarea frecvenţelor [1], [2] şi [3]. Acestea se pot clasifica la rândul lor în două categorii: metode care permit doar detectarea defectelor şi metode avansate, destinate localizării şi cuantificării defectelor.

Materialele compozite sunt compuse din doi sau mai mulţi constituenţi identificabili distinct în cadrul structurii, având proprietăţi fizice şi/sau mecanice diferite. Spre deosebire de materiale naturale care au proprietăţi date, compozitele sunt elaborate pentru a îndeplini nevoi specifice, permiţând o nouă abordare în proiectarea structurală. Structurile stratificate sunt o clasă specială în rândul materialelor compozite, fiind fabricate prin ataşarea unor feţe subţiri pe miez uşor, cu grosime şi rigiditate suficient de ridicată (figura 1).

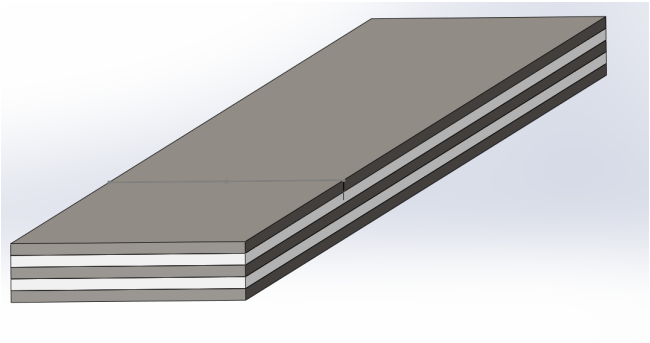

Fig. 1 Model 3D al barei multistrat

Feţele sunt de obicei confecţionate din aluminiu sau oţel, iar miezul din material cu densitate scăzută cum ar fi spuma, distribuţia spaţială a componentelor conferind proprietăţile mecanice şi fizice (uneori şi chimice) dorite. Această construcţie asigură compozitului stratificat o rigiditate la încovoiere mare în raport cu greutatea.

Frecvenţe naturale ale grinzilor din materiale izotrope pot fi determinate cu relaţia:

$$f_n = \frac{(\alpha_n L)^2}{2\pi}\sqrt{\frac{EI_z}{mL^3}} \qquad (1)$$

unde f_n reprezintă frecvenţa proprie a modului n (n = 1,2,3,…), $\alpha_n L$ este numărul de undă al modului n care depinde de condiţiile de contur, E este modulul de elasticitate longitudinal, I_z este momentul de inerţie al axei slabe, ρ este densitatea materialului din care este confecţionată grinda, A este aria secţiunii transversale şi L este lungimea grinzii. Pentru secţiuni rectangulare, evident avem:

$$A = B \cdot H \qquad \text{şi} \qquad I_z = \frac{B \cdot H^3}{12} \qquad (2' - 2'')$$

dacă laturile secţiunii transversale sunt lăţimea B şi înălţimea H.

Pentru compozite relaţia (1) se poate aplica cu condiţia utilizării unei forme adecvate a rigidităţii EI. Aceasta se poate determina pentru fiecare în parte şi apoi compune pentru secţiunea întreagă utilizând formula lui Steiner pentru axe paralele. Întru-cât interesul este de a avea rigiditate crescută şi masă redusă, feţele exterioare trebuie să fie metalice şi miezul/miezurile din material uşor; prin urmare se impune un număr impar de straturi. Astfel, în studiu am luat în considerare două tipuri de materiale, unul din 5 straturi şi unul cu 3 straturi, ambele cu înălţimea totală de 5 mm, definite astfel:

- compozitul din 5 straturi are trei straturi de oţel plasate la exterior şi mijloc (cu grosimea S_{OL}=$S_{1,3,5}$ = 1 mm) şi două straturi de PVC (tot cu grosimea S_{PVC} = $S_{2,4}$ = 1 mm) intercalate între straturile de oţel;
- compozitul din 3 straturi este similar cu cel cu 5 straturi, dar stratul central din oţel este înlocuit cu PVC. Aceasta face ca grosimea miezului nemetalic să fie S_{PVC} = S_3 = 3 mm.

şa cum este prezentat în figura 2.

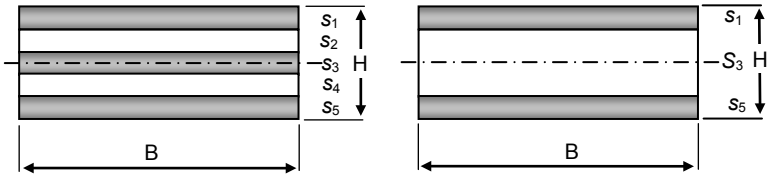

Fig. 2 Secţiunea celor două tipuri de compozit analizate

Pentru compozitul cu 5 straturi rigiditatea *EI* se determină astfel:

- pentru stratul 1: $EI_1 = E_{OL}\left[\frac{Bs_1^3}{12} + d_1^2(Bs_1)\right] = E_{OL}\left[\frac{Bs^3}{12} + 4Bs^3\right]$

- pentru stratul 2: $EI_2 = E_{PVC}\left[\frac{Bs_2^3}{12} + d_2^2(Bs_2)\right] = E_{PVC}\left[\frac{Bs^3}{12} + Bs^3\right]$

- pentru stratul 3: $EI_3 = \frac{EBs_3^3}{12} = \frac{EBs^3}{12}$

unde d_1 este distanţa de la centrul de greutate al stratului 1 până la axa neutră, d_2 este distanţa de la centrul de greutate al stratului 2 până la axa neutră. Deoarece toate straturile au grosimea *s* iar distanţa $d_1=2s$ şi $d_2=s$, şi structura e simetrică faţă de axa *Oz* (deci $EI_1=EI_5$ şi $EI_2=EI_4$), putem scrie:

$$EI_{comp} = 2EI_1 + 2EI_2 + EI_3 = E_{OL}\left[3\frac{Bs^3}{12} + 9Bs^3\right] + E_{PVC}\left[2\frac{Bs^3}{12} + 2Bs^3\right] \quad (3)$$

sau

$$EI_{comp}^{(5)} = \frac{37E_{OL}Bs^3}{4} + \frac{13E_{PVC}Bs^3}{6} = \left(9{,}25E_{OL} + 2{,}167E_{PVC}\right)\cdot Bs^3 \quad (4)$$

Similar se poate determina rigiditatea $EI_{comp}^{(3)}$ pentru compozitul cu trei straturi, ca fiind:

$$EI_{comp}^{(3)} = \left(8{,}167E_{OL} + 2{,}25E_{PVC}\right)\cdot Bs^3 \quad (5)$$

Pe de altă parte în relaţia frecvenţei intervine masa structurii, care pentru compozit se poate determina cu relaţia:

$$m_{comp} = \rho_{OL} \sum_{j=1}^{p} A_j L + \rho_{PVC} \sum_{k=1}^{q} A_k L \tag{6}$$

unde p reprezintă numărul straturilor din oţel şi q reprezintă numărul straturilor din PVC. Pentru compozitul cu 5 straturi masa grinzii va fi:

$$m_{comp}^{(5)} = 3\rho_{OL} BsL + 2\rho_{PVC} BsL = (3\rho_{OL} + 2\rho_{PVC})BsL \tag{7}$$

iar pentru compozitul cu 3 straturi:

$$m_{comp}^{(3)} = 2\rho_{OL} BsL + \rho_{PVC} BSL = (2\rho_{OL} + 3\rho_{PVC})BsL \tag{8}$$

Introducând relaţiile (4) şi (7), respectiv (5) şi (8) în relaţia (1) se poate determina frecvenţa pentru grinzile compozite considerate; relaţia de mai jos determină frecvenţa pentru compozitul cu 5 straturi:

$$f_n^{(5)} = \frac{(\alpha_n L)^2}{2\pi} \sqrt{\frac{(9{,}25E_{OL} + 2{,}167E_{PVC}) \cdot Bs^3}{(3\rho_{OL} + 2\rho_{PVC})BsL^4}} \tag{9}$$

Trebuie menţionat că formele modale sunt similare cu cele determinate pentru materiale izotrope atât timp cât raportul rigiditate-masă nu depăşeşte o valoare critică. La depăşirea acestei valori modelul Euler-Bernoulli nu mai este adecvat şi se impune utilizarea unui model mai complex cum ar fi Shear sau Timoshenko [4-5].

Pentru a exemplifica modul de calcul al frecvenţelor se consideră două grinzi ca cele descrise mai sus, la care oţelul are modulul de elasticitate longitudinal E_{OL}=2,06·10^{11} N/m^2 şi densitatea ρ_{OL} = 7850 kg/m^3, iar PVC-ul rigid are modulul de elasticitate longitudinal E_{PVC} = 2,41·10^9 N/m^2 şi densitatea ρ_{PVC} = 1300 kg/m^3. Fiecare strat are lungimea L = 1000 mm, iar secţiunea transversală dreptunghiulară cu dimensiunile: B = 20 mm şi înălţimea H = 5 mm.

Rezultatele legate de rigiditate şi masă sunt prezentate în tabelul 1, alături de rezultatele obţinute pentru o grindă cu geometrie similară realizată integral din oţel.

Tabelul 1

Caracteristici / Tip grindă	EI_{OL}	EI_{PVC}	EI_{total}	m_{OL}	m_{PVC}	m_{total}
	[N/m^2]	[N/m^2]	[N/m^2]	[kg]	[kg]	[kg]
Oţel integral	42,7	-	**42,7**	0,785	-	**0,785**
Compozit 5 straturi	33,8	10,4	**33,9**	0,471	0,052	**0,523**
Compozit 3 straturi	33,5	10,7	**33,6**	0,314	0,078	**0,392**

Analizând datele din tabelul 1 se remarcă faptul că rigiditatea structurilor compozite se apropie ca ordin de mărime de cea a grinzii de oţel, dar masa scade semnificativ la introducerea în structură a straturilor de PVC. De asemenea se remarcă faptul că stratul central aduce un aport insignifiant la rigiditatea structurii, ceea ce recomandă utilizarea materialelor uşoare în această zonă. Tabelul 2 indică valoarea raportului dintre frecvenţele celor trei tipuri de structuri analizate.

Tabelul 2

	Compozit 5 straturi / Oţel integral	Compozit 3 straturi / Oţel integral	Compozit 3 straturi / Compozit 5 straturi
Raport frecvenţe	1,092	1,255	1,15

La proiectarea structurilor trebuie avut în vedere faptul că frecvenţele proprii cresc o dată cu creşterea ponderii materialelor uşoare, ceea ce în unele situaţii poate fi un dezavantaj.

3. Modelarea 3D şi simularea numerică

Metoda numerică aleasă pentru analiza modală este metoda elementelor finite (MEF) folosind programul *SolidWorks*. Modelarea geometriei de analizat a fost făcută în modulul CAD al aceluiaşi program. Pentru obţinerea frecvenţelor proprii s-a folosit modulul de analiză modală.

Temperatura mediului ambiant s-a stabilit la 22 ºC. Astfel, prin analiza modală au fost determinate primele 30 frecvenţe proprii, din care au fost extrase primele 10 frecvenţe proprii ale modurilor de vibraţie transversale după momentul de inerţie minim al barei.

Discretizarea modelului 3D s-a făcut cu elemente finite tetraedrale cu mărimea medie a elementului de 1 mm, materialele utilizate au fost alese din baza de date a programului, şi anume: *structural steel AISI 1045*, şi *PVC rigid* cu caracteristicile mecanice şi geometrice descrise în secţiunea anterioară, structura fiind cu 5 straturi.

Simulările s-au efectuat pentru grinda încastrată la un capăt, fără defect şi cu un defect plasat la x = 274 mm de capătul încastrat. Lăţimea defectului a fost de 1 mm, adâncimea defectului crescând progresiv la fiecare simulare cu 0,2 mm. În figura 3 se prezintă o porţiune de bară cu defect şi modul de discretizare, iar în tabelul 3 se dau informaţii legate de discretizare.

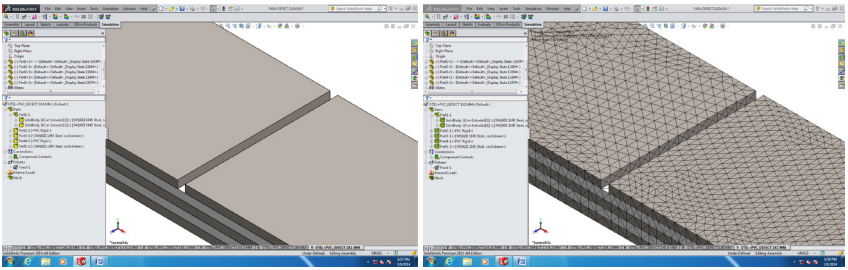

Fig. 3 Grindă stratificată cu evidenţierea defectului şi a modului de discretizare

Tabelul 3

Tip structură simulare	Număr total de noduri	Număr total de elemente
Grindă fără defect	1006553	676702
Grindă cu defect 1x1,6 mm	1361757	937832

Rezultatele obţinute sunt de natura frecvenţelor proprii (evaluare cantitativă) şi formelor modale (evaluare calitativă, se indică doar alura curbei, nu şi valorile reale). Exemple de forme modale pentru vibraţiile transversale ale grinzii fără defect respectiv cu defect (pentru adâncimea defectului de 1,6 mm) sunt prezentate în figurile 4 şi 5. Valori ale primelor 10 frecvenţe naturale pentru modurile de vibraţie transversale sunt prezentate în tabelul 4, atât pentru analiza FEM cât şi pentru studiul analitic.

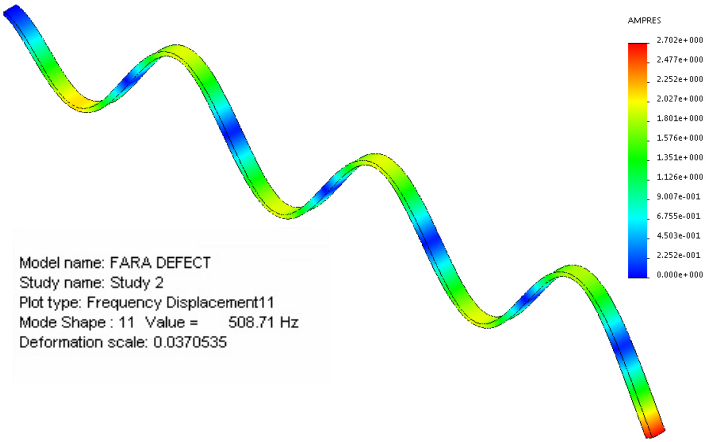

Fig. 4 Forma modului 7 de vibraţie a grinzii intacte

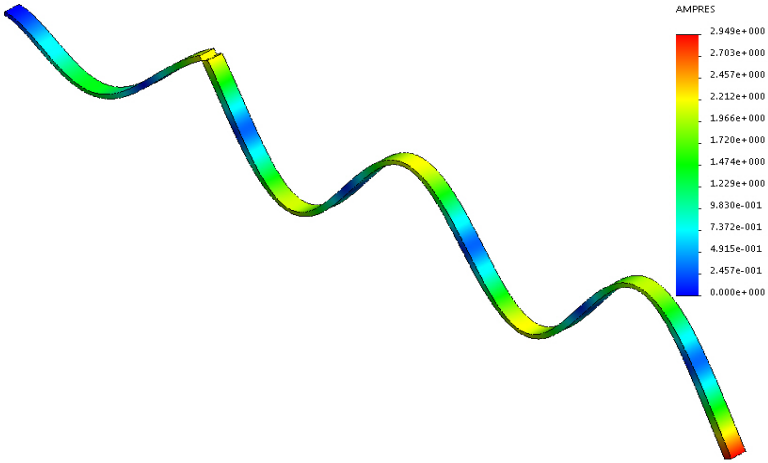

Fig. 5 Forma modului 7 de vibraţie a grinzii cu defect la *x/L*=0,274

Figura 5 pune în evidenţă, pentru o scară mărită a deplasărilor pe axa *Oy*, influenţa defectului situat la 274 mm de capătul încastrat asupra formei modale, cu repercusiuni asupra frecvenţei proprii în acel mod. Trebuie subliniat faptul că în realitate deformaţia este mult mai mică, de cele mai multe ori greu de sesizat chiar şi cu ajutorul vibrometriei laser. Aceasta, coroborat cu faptul că frecvenţele naturale se modifică semnificativ (tabelul 4), recomandă metodele de control global bazate pe modificarea frecvenţelor.

Tabelul 4

Mod *n*	Analitic fără defect [Hz]	FEM fără defect [Hz]	Eroarea ε [%]	FEM cu defect [Hz]	Modif. relativă *f** [%]
1	4.466	4.5076	-0.927	4.3908	2.591
2	27.989	28.158	-0.603	28.073	0.302
3	78.370	78.439	-0.087	76.537	2.425
4	153.575	152.578	0.649	150.09	1.631
5	253.871	249.857	1.581	249.85	0.003
6	379.239	369.034	2.691	363.27	1.562
7	529.681	508.711	3.959	495.98	2.503
8	705.197	667.375	5.363	662.63	0.711
9	905.787	843.447	6.882	841.71	0.206
10	1131.45	1035.34	8.494	1013.9	2.071

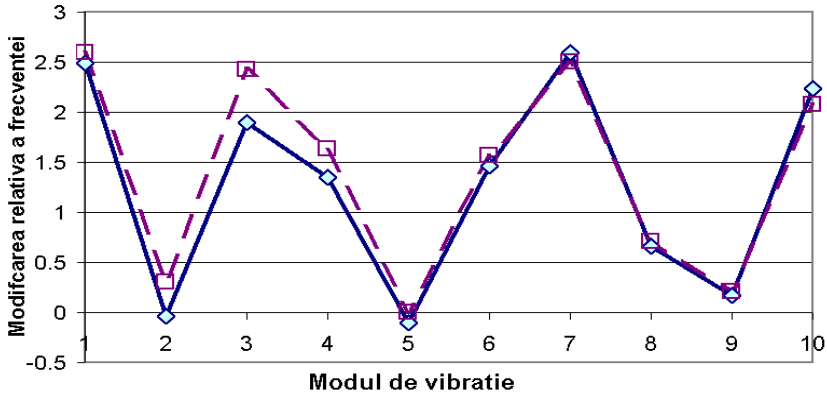

Fig. 6 Modificarea relativă a frecvenţei determinată analitic şi numeric

În tabelul 4 se prezintă o comparaţie frecvenţelor proprii obţinute analitic cu relaţia propusă de autori cu cele obţinute prin simulări numerice. Se observă că erorile ε sunt neglijabile la modurile mici şi cresc o dată cu modul de vibraţie, ceea ce sugerează faptul că modelul indicat este modelul Shear [4]. Tot în tabelul 4, şi figura 6, se prezintă modificările frecvenţelor proprii datorită defectului f_i^* (modificarea relativă a frecvenţelor proprii este de fapt raportul dintre diferenţa valorilor frecvenţei proprii ale grinzii fără defect cu valoarea frecvenţei proprie a barei cu defect, raportate la frecvenţele proprii ale grinzii fără defect, exprimată în procente). Se observă modificări importante ale frecvenţelor, cert identificabile şi utilizabile pentru localizarea defectului.

4. **Concluzii**

■ Relaţiile analitice folosite la calculul frecvenţelor proprii ale materialelor izotrope pot fi extinse pentru grinzi stratificate, cu condiţia determinării corecte a rigidităţii şi masei structurii.

■ Modelele de grindă adecvate sunt cele specifice structurilor rigide, cum sunt Timoshenko sau Shear.

■ Studiile au arătat şi faptul că modificarea frecvenţelor datorită defectului sunt mai mari decât la structurile din oţel, metodele globale de detectare a defectelor fiind astfel aplicabile cu succes.

BIBLIOGRAFIE

[1] Gillich, G.R, Minda, P.F., Praisach, Z.I., Minda, A.A., *Natural frequencies of damaged beams - a new approach*, Romanian Journal of Acoustics and Vibration, IX(2), 2012, pp.101-108.

[2] Gillich, G.R., Praisach, Z.I., *Robust method to identify damages in beams based on frequency shift analysis*, SPIE Smart Structures/NDE, 8348-47, San Diego, California, USA, 2012.

[3] Gillich, G.R, Praisach, Z.I., Iavornic, C.M., *Reliable method to detect and assess damages in beams based on frequency changes*, Proceedings of the ASME 2012 International Design Engineering Technical Conference , Chicago, August 12-15, 2012, Article Number: DETC2012-70094.

[4] Praisach, Z.I., Gillich, G.R., Vasile, O., Bîrdeanu, D.E., Protocsil, C., *Assessment of Damages in Sandwich Panels Based on the Damage Location Indexes,* Romanian Journal of Acoustics and Vibration, X(1), 2013.

Dr.Ing. Marius TUFOI
Universitatea „Eftimie Murgu” Reşiţa, membru AGIR
e-mail: m.tufoi@uem.ro
Prof.Univ.Dr.Ing.Ec. Gilbert-Rainer GILLICH, Prorector Cercetare
Universitatea „Eftimie Murgu” Reşiţa, membru AGIR
e-mail: gr.gillich@uem.ro
Drd. Ing. Daniela Elena BÎRDEANU
Universitatea „Eftimie Murgu” Reşiţa
de.birdeanu@uem.ro
Dr.Ing. Zeno-Iosif PRAISACH
Universitatea Eftimie Murgu Reşiţa
e-mail: zpraisach@yahoo.com
Şef lucr.Dr.Fiz. Cornel HAŢIEGAN
Universitatea „Eftimie Murgu” Reşiţa, membru AGIR
e-mail: m.tufoi@uem.ro