A XIV-a Conferinţă internaţională – multidisciplinară,
"Profesorul Dorin PAVEL – fondatorul hidroenergeticii româneşti",
SEBEŞ, 2014

STUDIUL COMPORTĂRII DINAMICE A STÂLPILOR CU DIFERITE NIVELE DE ÎNCĂRCARE

Florian MUNTEAN, Gilbert-Rainer GILLICH, Zeno-Iosif PRAISACH,
Vasile IANCU, Cornel HAŢIEGAN

A STUDY REGARDING THE DYNAMIC BEHAVIOR OF COLUMNS SUBJECTED TO DIFFERENT TIP MASSES

The present study aims to highlight the effect of a tip mass upon the behavior of columns. We have first analytically determined, for a specific column, the critical buckling force to find the range in which it works in the elastic domain. Afterwards, by means of numerical simulations, we performed analysis regarding the influence of loads due to different additional masses and have identified the effect upon the natural frequencies and modal shapes, concluding that the higher the mode number, the higher the influence.

Keywords: column, buckling, natural frequency, simulation
Cuvinte cheie: stâlp, flambaj, frecvenţe proprii, simulare

1. Introducere

Vibraţiile structurilor fără încărcare se determină cu relaţii cunoscute în literatura de specialitate. În cazul elementelor de rezistenţă de tip stâlp, apar încărcări suplimentare, atât axiale cât şi transversale. Studiul de faţă are ca scop evaluarea efectului acestor încărcări suplimentare asupra comportamentului dinamic al stâlpilor.

Relaţiile analitice simplificate pentru calculul frecvenţei stâlpului încărcat cu masa concentrată la capătul liber consideră grinda continuă

cu un număr infinit de grade de libertate și masa concentrată ca un sistem cu un singur grad de libertate [1].

Aceasta face ce relaţia să fie valabilă doar pentru modul 1 de vibraţie.

Din acest motiv s-a efectuat un studiu utilizând metoda elementelor finite pentru a determina efectul global al masei concentrate asupra unui număr mare de frecvenţe proprii şi forme proprii ale stâlpului.

2. Calculul forţei critice la flambaj a stâlpilor

Primul aspect important în studiul vibraţiilor stâlpilor cu masă concentrată plasată la capătul liber este tipul comportamentului stâlpului. În funcţie de nivelul forţei axiale acest comportament poate să fie [2, 3]: (i) elastic, (ii) elasto-plastic respectiv (iii) plastic.

Flambajul este fenomenul de trecere a unui stâlp din starea de echilibru în starea de instabilitate, forţa critică la flambaj indicând pierderea stabilităţii elastice. Pentru a determina forţa până la care comportamentul este elastic se utilizează formula lui Euler:

$$F_{cr} = \frac{\pi^2 \cdot E \cdot I}{L_f^2} \tag{1}$$

unde: F_{cr} este forţa critică la flambaj;

E este modulul de elasticitate longitudinal al materialului elementului de rezistenţă (stâlpul);

I este momentul de inerţie axial al secţiunii transversale a stâlpului;

L_f este lungimea critică de flambaj care depinde de modul de rezemare al stâlpului.

În continuare se analizează limita maximă a forţei $F = m \cdot g$ la care stâlpul pierde stabilitatea elastică, acesta având caracteristicile geometrice prezentate în tabelul 1 şi cele fizice în tabelul 2.

Tabelul 1

Lungimea L	Lăţimea B	Grosimea H
[m]	[m]	[m]
0,6	0,05	0,005

Tabelul 2

Densitatea	Modulul de elasticitate longitudinal	Coeficientul lui Poisson	Masa barei
[kg/m³]	[N/m^2]	[-]	[kg]
7850	2x10^{11}	0,3	1.9527

Deoarece condiţiile de contur sunt: încastrat la capătul inferior şi liber la capătul superior, coeficientul de flambaj k = 2.

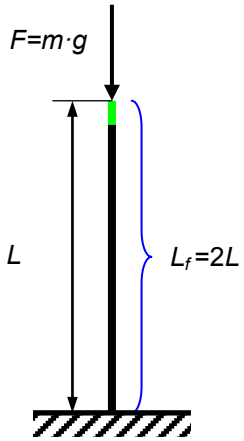

Fig. 1 Schema de încărcare a stâlpului

În acest caz forţa critică de flambaj este:

$$F_{cr} = \frac{\pi^2 \cdot E \cdot I}{(k \cdot L)^2} = \frac{\pi^2 \cdot 2 \cdot 10^{11} \cdot 5{,}208 \cdot 10^{-10}}{(2 \cdot 0{,}6)^2} = 713{,}95 \text{ N} \qquad (2)$$

Această forţă corespunde unei mase concentrate m_{cr} de la care stâlpul începe să flambeze:

$$m_{cr} = \frac{F_{cr}}{g} = 72{,}777 \qquad \text{kg} \qquad [3]$$

Dacă masa este dată de o grindă aşezată pe stâlp astfel încât să avem o solicitare centrică, grinda fiind din acelaşi material ca şi stâlpul şi având aceeaşi secţiune transversală, lungimea echivalentă L_{cr}^{*} corespunzătoare masei critice este:

$$L_{cr}^{*} = \frac{m_{cr}}{A \cdot \rho} \tag{4}$$

ceea ce corespunde unei lungimi a grinzii de:

$$L_{cr}^{*} = \frac{m_{cr}}{B \cdot H \cdot \rho} = \frac{72{,}777}{0{,}05 \cdot 0{,}005 \cdot 7850} = 37{,}084 \text{ m} \tag{5}$$

În continuare se va analiza cu ajutorul metodelor numerice comportamentul unui stâlp încărcat cu diverse sarcini care nu exced forţa critică de flambaj.

3. Analiza cu elemente finite

Simulările s-au realizat cu ajutorul programului ANSYS folosind modulele *Static Structural* şi *Modal Analysis*. Studiul s-a efectuat pentru 9 nivele de încărcare, respectiv 9 lungimi ale grinzii şi 30 de moduri proprii de vibraţie. Masa grinzii este considerată ca o masă concentrată de arie transversală $B \cdot H$, lungime 5 mm şi densitate echivalentă cu cea a stâlpului. În tabelul 3 sunt prezentate cazurile analizate, lungimea reală a grinzii fictive L^*, masa grinzii m, greutatea grinzii F, respectiv densitatea echivalentă ρ^*.

Tabelul 3

Cazul analizat	L^* [m]	m [kg]	F [N]	ρ^* [kg/m^3]
1	0,005	0,0098	0,096261	7850
2	0,050	0,098	0,962606	78500
3	0,100	0,196	1,925213	157000
4	0,150	0,294	2,887819	235500
5	0,200	0,393	3,850425	314000
6	0,250	0,491	4,813031	392500
7	0,300	0,589	5,775638	471000
8	0,350	0,687	6,738244	549500
9	0,400	0,785	7,700850	628000

În tabelul 4 sunt prezentate frecvenţele proprii, pentru primele 6 moduri de vibraţie transversale, obţinute prin analiza numerică.

Tabelul 4

Nr. mod	Lungime grindă *L** [m]								
	0,005	**0,050**	**0,100**	**0,150**	**0,200**	**0,250**	**0,300**	**0,350**	**0,400**
1	11,36	9,96	8,87	8,07	7,45	6,96	6,55	6,20	5,90
2	71,28	64,30	60,47	58,27	56,85	55,85	55,11	54,55	54,10
3	199,63	183,34	176,45	173,02	170,96	169,60	168,62	167,89	167,32
4	391,30	364,31	355,13	350,94	348,55	346,99	345,89	345,07	344,43
5	685,23	619,80	597,73	593,00	590,34	588,62	587,39	586,47	585,74
6	967,00	916,92	904,51	899,31	896,38	894,44	893,04	891,95	891,05

În tabelul 5 sunt prezentate frecvenţele relative raportate la frecvenţele reale fără încărcare. Formula de calcul pentru acestea este:

$$\hat{f}_i^n = \frac{\hat{f}_i^5}{\hat{f}_i^m} \tag{6}$$

unde: $\hat{f}_i^n$ este frecvenţa relativă

$\hat{f}_i^m$ este frecvenţa de referinţă

masa *m* ia valorile din tabelul 3.

Tabelul 5

Nr. mod	Lungime grindă *L** [m]								
	0,005	**0,050**	**0,100**	**0,150**	**0,200**	**0,250**	**0,300**	**0,350**	**0,400**
1	1,00	0,88	0,78	0,71	0,66	0,61	0,58	0,55	0,52
2	1,00	0,90	0,85	0,82	0,80	0,78	0,77	0,77	0,76
3	1,00	0,92	0,88	0,87	0,86	0,85	0,84	0,84	0,84
4	1,00	0,93	0,91	0,90	0,89	0,89	0,88	0,88	0,88
5	1,00	0,90	0,87	0,87	0,86	0,86	0,86	0,86	0,85
6	1,00	0,95	0,94	0,93	0,93	0,92	0,92	0,92	0,92

Se constată o scădere a frecvenţelor proprii (tabelul 4) o dată cu creşterea masei suplimentare *m.*

Din figura 2 se poate observa modificarea formelor modale proprii, în sensul se reducerii deplasării la capătul liber o dată cu creşterea masei suplimentare.

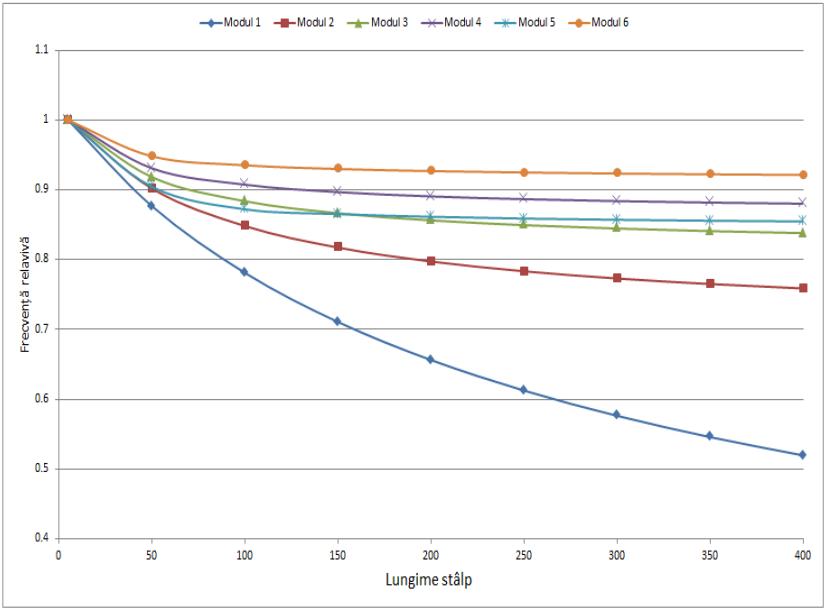

Fig. 2 Variaţia frecvenţelor relative în funcţie de gradul de încărcare

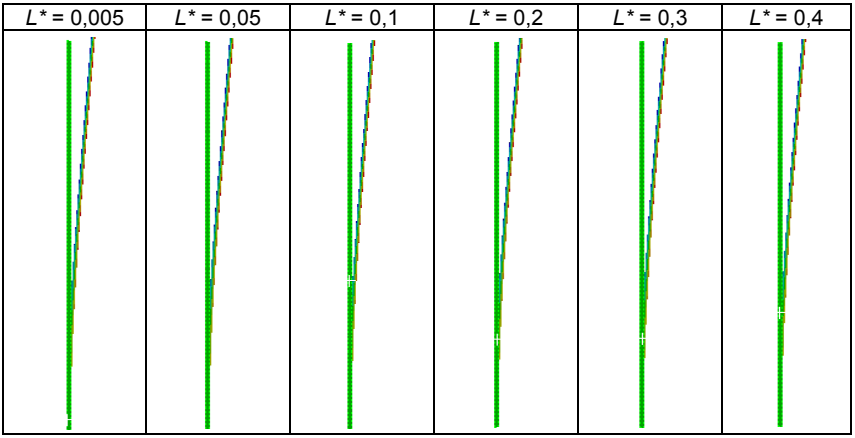

Fig. 3 Formele proprii ale modului 1 pentru cazurile analizate

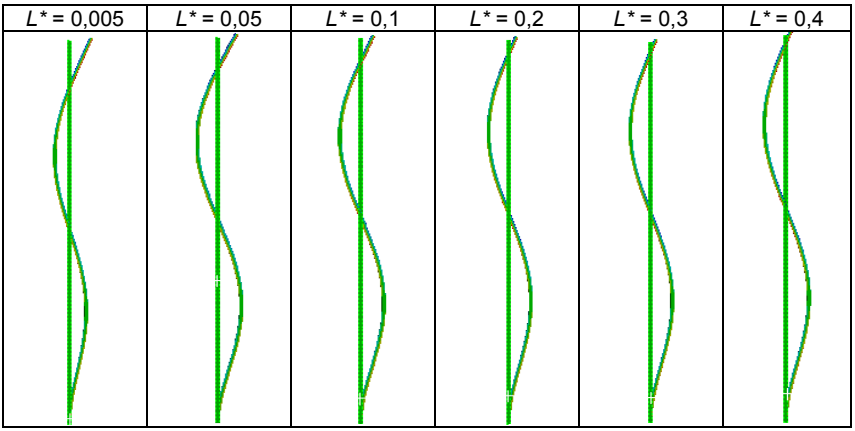

Fig. 4 Formele proprii ale modului 3 pentru cazurile analizate

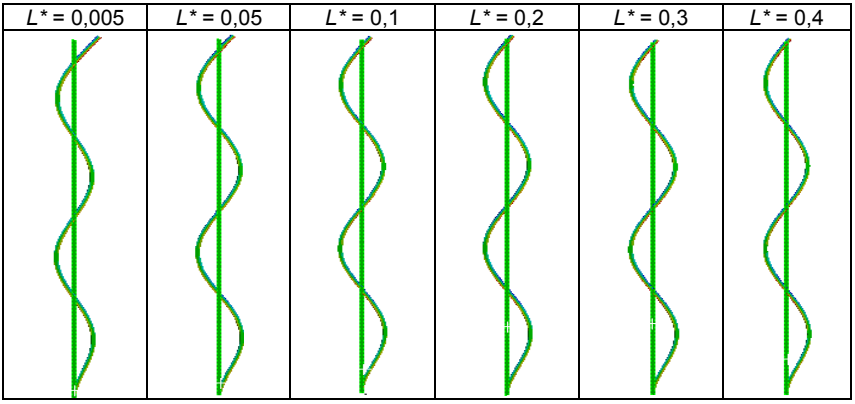

Fig. 5 Formele proprii ale modului 5 pentru cazurile analizate

Modificările survenite în frecvenţele stâlpilor dar şi în formele modale proprii impune cunoaşterea, implicit a distribuţiei energiei înmagazinate, impune cunoaşterea relaţiilor de calcul în scopul aplicării corecte a procedurilor de detectare a defectelor prin metode nedistructive bazate pe vibraţii [4, 5].

Cunoaşterea relaţiilor analitice pentru elemente de rezistenţă supuse unor sarcini exterioare îşi găseşte numeroase aplicaţii în practica inginerească, de exemplu determinarea maselor operaţionale ce solicită structura, şi constituie în continuare o preocupare a autorilor prezentei lucrări.

4. Concluzii

■ În urma studiilor efectuate rezultă că efectul masei suplimentare asupra frecvenţelor proprii şi formelor modale proprii creşte ca importanţă odată cu creşterea numărului modului de vibraţie.

■ Totodată se ***observă*** că la creşterea valorii masei susţinute, amplitudinea mişcării capătului liber al stâlpului devine tot mai mică, forma proprie apropiindu-se de cea a unei bare încastrate în partea inferioară şi articulate la partea superioară.

BIBLIOGRAFIE

[1] Radeş, M., *Vibraţii Mecanice*, Editura Printech, 2008.

[2] Bejan, M., *Rezistenţa materialelor,* vol. 1, ediţia a II-a, Editura AGIR, Bucureşti, 2005.

[3] Buzdugan, Gh: *Rezistenţa materialelor*, Editura Academiei R.S.R. Bucureşti, 1986.

[4] Gillich, G.R., Praisach, Z.I., Iavornic, C.M., *Reliable method to detect and assess damages in beams based on frequency changes*, Proceedings of the ASME 2012 International Design Engineering Technical Conference , Chicago, August 12-15, 2012, Article Number: DETC2012-70094.

[5] Gillich, G.R., Minda, P.F., Praisach, Z.I., Minda, A.A., *Natural frequencies of damaged beams - a new approach*, Romanian Journal of Acoustics and Vibration, Vol. IX, Issue 2/2012, pp.101-108.

Drd.Ing. Florian MUNTEAN
Universitatea ”Eftimie Murgu” Reşiţa,
e-mail: f.muntean@uem.ro
Prof.Univ.Dr.Ing.Ec. Gilbert-Rainer GILLICH
Prorector Cercetare
Universitatea ”Eftimie Murgu Reşiţa”, membru AGIR
e-mail: gr.gillich@uem.ro
Dr.Ing. Zeno-Iosif PRAISACH
Universitatea ”Eftimie Murgu” Reşiţa,
e-mail: zpraisach@yahoo.com
Şef lucr.Dr.Ing. Vasile IANCU
Universitatea ”Eftimie Murgu” Reşiţa,
preşedinte sucursala AGIR Caraş-Severin
e-mail: v.iancu@uem.ro
Dr.Ing. Cornel HAŢIEGAN
Universitatea” Eftimie Murgu Reşiţa”,
e-mail: c.hatiegan@uem.ro