



A XV-a Conferință internațională – multidisciplinară  
„Profesorul Dorin Pavel – fondatorul hidroenergeticii românești”  
SEBEȘ, 2015

## **STUDIUL IMPEDANȚEI MECANICE A MODELULUI CORESPUNZĂTOR SISTEMULUI UMAN MÂNĂ-BRAȚ**

Claudiu Alin GLIGOR, Mariana ARGHIR, Anamaria GLIGOR

### **STUDY OF MECHANICAL IMPEDANCE OF THE MODEL CORRESPONDING FOR HAND-ARM HUMAN SYSTEM**

The present paper will be a presentation of one possible method of driving mechanical impedance determination. Exposure to harmful vibrations can lead to damages of the structures and health problems or disorders that can appear at the human body. The knowledge of the structures and human body mechanical impedance is essential for realizing appropriate administrative, technical and medical prevention measures.

Keywords: mechanical impedance, vibration, human hand-arm system  
Cuvinte cheie: impedanță mecanică, vibrații, sistemul uman mână-braț

#### **1. Introducere**

Pe durata proceselor industriale, a transportului sau în locurile în care apar vibrații, corpul uman sau o parte a acestuia se află sub acțiunea vibrațiilor mecanice.

Activitățile industriale sunt sursa primară a vibrațiilor care „atacă” corpul uman. Acestea produc disconfort, influențează activitatea operatorului și chiar sănătatea acestuia.

Prezența biodinamicii în tehnică a constituit un pas important în dezvoltarea cercetărilor referitoare la acțiunea vibrațiilor asupra organismului uman.

Conceperea de modele mecanice și ulterior de modele matematice a făcut posibilă simularea diferitelor situații din realitate fără expunerea prototipului sau operatorului uman la acțiunea vibrațiilor.

Studierea, cu ajutorul modelelor, a modului în care vibrațiile parcurg sistemul uman mână-braț permite adoptarea de măsuri tehnice și/sau administrative pentru eliminarea efectelor nocive ale acestora.

## 2. Determinarea impedanței mecanice de intrare

Sistemul uman mână-braț poate fi privit, din punct de vedere mecanic, ca o structură cu o complexitate apreciabilă, în ceea ce privește geometria, proprietățile elastice și sarcinile.

Gradul de complexitate al modelului trebuie să fie în concordanță cu scopul propus. Un model simplu elimină multe aspecte, mai mult sau mai puțin importante ale fenomenului, pe când un model complicat generează o cercetare greoaie sau costisitoare.

Modelul prezentat în figura 1 are un grad mediu de complexitate deoarece cuprinde principalele caracteristici ale sistemului uman mână-braț: masa palmei ( $m_1$ ), constantele de amortizare ( $c_1$ ) respectiv de elasticitate ( $k_1$ ) ale palmei, masa antebrațului ( $m_2$ ) constantele de amortizare ( $c_2$ ) respectiv de elasticitate ( $k_2$ ) ale încheieturii mâinii și ale antebrațului până la centrul de masă al acestuia, masa brațului ( $m_3$ ), constantele de amortizare ( $c_3$ ) respectiv de elasticitate ( $k_3$ ) ale antebrațului de la centrul de masă până la încheietura cotului, împreună cu încheietura cotului și brațului până la centrul de masă a acestuia, constantele de amortizare ( $c_4$ ) respectiv de elasticitate ( $k_4$ ) ale brațului, de la centrul de masă până la încheietura umărului incluzând și încheietura umărului.

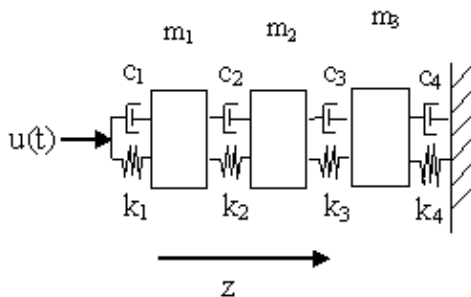


Fig. 1 Model biomecanic al sistemului uman mână-braț, cu trei grade de libertate

Pentru obținerea modelului matematic aferent modelului biomecanic din figura 1 se vor scrie ecuațiile de echilibru fictiv dinamic prin aplicarea teoremei mișcării centrului maselor pentru fiecare masă care intră în componența modelului. Rezultă, astfel, sistemul de ecuații diferențiale de ordinul doi, în coordonatele generalizate  $z_1, z_2, z_3$ , care determină deplasările liniare, axiale, ale maselor concentrate, mai sus menționate (1) [1].

$$\begin{cases} m_1 \ddot{z}_1 = c_1(\dot{u} - \dot{z}_1) + k_1(u - z_1) - c_2(\dot{z}_1 - \dot{z}_2) - k_2(z_1 - z_2) \\ m_2 \ddot{z}_2 = c_2(\dot{z}_1 - \dot{z}_2) + k_2(z_1 - z_2) - c_3(\dot{z}_2 - \dot{z}_3) - k_3(z_2 - z_3) \\ m_3 \ddot{z}_3 = c_3(\dot{z}_2 - \dot{z}_3) + k_3(z_2 - z_3) - c_4 \dot{z}_3 - k_4 z_3 \end{cases} \quad (1)$$

Rezolvarea sistemului (1) conduce la determinarea accelerațiilor, vitezelor și deplasărilor maselor din compunerea modelului biomecanic prezentat în figura 1.

De asemenea poate fi determinată și impedanța mecanică de intrare.

Considerând deplasarea  $u(t)$  ca fiind o excitație sinusoidală, relația (2) redă, în spațiul numerelor complexe, deplasarea  $u(t)$ . Această reprezentare are avantajul de a reda parametrii prin două caracteristici modul și fază, așa cum prevede și standardul SR ISO 10068:2001, Vibrații și șocuri mecanice; Impedanța mecanică liberă a sistemului mână-braț în punctul de intrare [3].

$$u(t) = u_0 e^{j\omega t} \quad (2)$$

În acest caz viteza poate fi definită cu ajutorul relației (3).

$$\dot{u}(t) = j\omega u_0 e^{j\omega t} = j\omega u(t) \quad (3)$$

După același raționament accelerația pot fi scrisă sub forma dată de relația (4).

$$\ddot{u}(t) = j\omega \dot{u}(t) \quad (4)$$

Având în vedere cele mai sus menționate, sistemul (1) poate fi rescris sub forma (5).

$$\begin{cases} m_1 j \omega \dot{z}_1 = c_1(\dot{u} - \dot{z}_1) + k_1(j\omega u - j\omega z_1) - \frac{j}{j^2 \omega} - c_2(\dot{z}_1 - \dot{z}_2) - k_2(j\omega z_1 - j\omega z_2) \frac{j}{j^2 \omega} \\ m_2 j \omega \dot{z}_2 = c_2(\dot{z}_1 - \dot{z}_2) + k_2(j\omega z_1 - j\omega z_2) \frac{j}{j^2 \omega} - c_3(\dot{z}_2 - \dot{z}_3) - k_3(j\omega z_2 - j\omega z_3) \frac{j}{j^2 \omega} \\ m_3 j \omega \dot{z}_3 = c_3(\dot{z}_2 - \dot{z}_3) + k_3(j\omega z_2 - j\omega z_3) \frac{j}{j^2 \omega} - c_4 \dot{z}_3 - k_4 j \omega z_3 \frac{j}{j^2 \omega} \end{cases} \quad (5)$$

Impedanțele mecanice ale masei  $Z_m$ , arcului  $Z_k$  respectiv amortizorului  $Z_c$  sunt de forma redată în relațiile (6) [2].

$$Z_m = j\omega m, \quad Z_k = \frac{k}{j\omega}, \quad Z_c = c \quad (6)$$

Pentru simplificarea calculelor se fac următoarele notări:

$$\dot{u} = v_0, \quad \dot{z}_1 = v_1, \quad \dot{z}_2 = v_2, \quad \dot{z}_3 = v_3 \quad (7)$$

Introducând notațiile (7) și relațiile (6) adaptate pentru fiecare element în parte, în sistemul (5), acesta devine un sistem liniar de trei ecuații cu trei necunoscute (8).

$$\begin{cases} Z_{m1}v_1 = Z_{c1}(v_0 - v_1) + Z_{k1}(v_0 - v_1) - Z_{c2}(v_1 - v_2) - Z_{k2}(v_1 - v_2) \\ Z_{m2}v_2 = Z_{c2}(v_1 - v_2) + Z_{k2}(v_1 - v_2) - Z_{c3}(v_2 - v_3) - Z_{k3}(v_2 - v_3) \\ Z_{m3}v_3 = Z_{c3}(v_2 - v_3) + Z_{k3}(v_2 - v_3) - Z_{c4}v_3 - Z_{k4}v_3 \end{cases} \quad (8)$$

Prelucrând sistemul (8) se va obține sistemul de forma (9):

$$\begin{cases} Z_{m1}v_1 = (Z_{c1} + Z_{k1})(v_0 - v_1) - (Z_{c2} + Z_{k2})(v_1 - v_2) \\ Z_{m2}v_2 = (Z_{c2} + Z_{k2})(v_1 - v_2) - (Z_{c3} + Z_{k3})(v_2 - v_3) \\ Z_{m3}v_3 = (Z_{c3} + Z_{k3})(v_2 - v_3) - (Z_{c4} + Z_{k4})v_3 \end{cases} \quad (9)$$

Întrucât amortizorul și arcul, pentru fiecare parte a modelului prezentat în figura x, sunt legate în paralel, impedanța mecanică echivalentă  $Z_e$  a celor două elemente se determină prin însumarea impedanțelor mecanice ale amortizorului  $Z_c$  respectiv ale arcului  $Z_k$ .

Ca urmare, pentru simplificarea calculelor, se pot face notațiile (10).

$$Z_{c1} + Z_{k1} = Z_{e1}, \quad Z_{c2} + Z_{k2} = Z_{e2}, \quad Z_{c3} + Z_{k3} = Z_{e3}, \quad Z_{c4} + Z_{k4} = Z_{e4} \quad (10)$$

Introducând notațiile (10) în relația (9) se obține sistemul de ecuații (11).

$$\begin{cases} Z_{m1}v_1 = Z_{e1}(v_0 - v_1) - Z_{e2}(v_1 - v_2) \\ Z_{m2}v_2 = Z_{e2}(v_1 - v_2) - Z_{e3}(v_2 - v_3) \\ Z_{m3}v_3 = Z_{e3}(v_2 - v_3) - Z_{e4}v_3 \end{cases} \quad (11)$$

Prin rezolvarea sistemului (11) se obțin relații ce reprezintă dependența vitezelor maselor de viteza de excitației respectiv caracteristicile modelului. Forma matematică a acestei dependențe, în cazul masei  $m_1$ , este redată în relația (12).

$$v_1 = v_0 \frac{Z_{e1}(Z_{m2} + Z_{e2} + Z_{e3})(Z_{m3} + Z_{e4} + Z_{e3}) - Z_{e1}Z_{e3}^2}{[(Z_{m2} + Z_{e2} + Z_{e3})(Z_{m3} + Z_{e4} + Z_{e3}) - Z_{e3}^2](Z_{m1} + Z_{e2} + Z_{e1}) - (Z_{m3} + Z_{e4} + Z_{e3})Z_{e2}^2} \quad (12)$$

Impedanța mecanică de intrare, notată cu  $Z_{mi}$ , reprezintă raportul dintre forța aplicată sistemului și viteza acestuia, rezultată ca urmare a acțiunii forței respective, ambii vectori fiind măsurați în același punct, punctul de aplicare a excitației.

Relația (13) definește forma matematică a impedanței mecanice de intrare pentru modelul din figura 1.

$$Z_{mi} = \frac{c_1(\dot{u} - \dot{z}_1) + k_1(u - z_1)}{\dot{u}} \quad (13)$$

Utilizând principiile enunțate anterior impedanța mecanică de intrare se transformă în relația (14).

$$Z_{mi} = \frac{Z_{e1}(v_0 - v_1)}{v_0} \quad (14)$$

Înlocuind în relația (14) expresia (12) se obține expresia impedanței mecanice de intrare pentru modelul din figura 1.

$$Z_{mi} = Z_{e1} \left\{ 1 - \frac{Z_{e1}(Z_{m2} + Z_{e2} + Z_{e3})(Z_{m3} + Z_{e4} + Z_{e3}) - Z_{e1}Z_{e3}^2}{[(Z_{m2} + Z_{e2} + Z_{e3})(Z_{m3} + Z_{e4} + Z_{e3}) - Z_{e3}^2](Z_{m1} + Z_{e2} + Z_{e1}) - (Z_{m3} + Z_{e4} + Z_{e3})Z_{e2}^2} \right\} \quad (15)$$

### 3. Concluzii

■ Datorită multitudinii caracteristicilor care influențează impedanța mecanică de intrare a sistemului uman mână-braț, s-au conceput diverse modele a căror parametrii corespund într-o măsură mai mare sau mai mică cu structura anatomică a sistemului uman mână-braț dar care au același comportament vibrațional ca și sistemele pe care le reprezintă.

■ Impedanța mecanică de intrare este utilizată pentru determinarea răspunsului în frecvență a sistemului uman mână-braț la mișcarea forțată a mâinii.

■ Relația (15) permite acest lucru, cu ajutorul ei determinând atât modulul cât și faza impedanței mecanice de intrare pentru modelul reprezentat în figura 1 [3].

■ Mai mult de atât, principiile enunțate pot fi utilizate în determinarea impedanței mecanice de intrare a oricărui model al sistemului uman mână-braț și nu numai. Acest mod de determinare a impedanței mecanice de intrare reprezintă o soluție simplă și eficientă.

### BIBLIOGRAFIE

[1] Mariana Arghir, *Elemente de teoria vibrațiilor mecanice*, curs.

[2] Elmer, L., Hixson, *Mechanical impedance*.

[3] \* \* \* SR ISO 10068:2001, *Vibrații și șocuri mecanice. Impedanța mecanică liberă a sistemului mână-braț în punctul de intrare*, 2001.

Drd. Ing. Claudiu Alin GLIGOR,

Prof. Dr. Ing. Mariana ARGHIR,

Dr. Ing. Anamaria GLIGOR

Universitatea Tehnică din Cluj-Napoca,

e-mail: ro.gilg@yahoo.com, marianaarghir@yahoo.com

telefon: 0264 401759, 0264 401657

membri AGIR