A XV-a Conferință internațională – multidisciplinară
„Profesorul Dorin Pavel – fondatorul hidroenergeticii românești”
SEBEȘ, 2015

MENTENANŢA PREDICTIVĂ ÎN STUDIUL MAŞINILOR DINAMICE ROTATIVE

Marinel CÎMPAN, Mariana ARGHIR

PREDICTIVE MAINTENANCE IN THE STUDY OF ROTATIVE DINAMICS MASCHINES

The paper contains theoretical substantiation for machines and equipment troubleshooting, machine bodies in rotational motion. It analyses the dynamic rotary machines, fitted with elastic rotor in rigid bearings without damping, as well as the rotor symmetrically rotational movement with the elastic bearings without depreciation.

Keywords : balancing , maintenance, dynamic rotating machines
Cuvinte cheie: echilibrare, mentenanţă, maşini dinamice rotative

1. Introducere

Acțiunile corective pentru eliminarea principalelor defecte care apar la utilajele dinamice rotative reprezintă una din componentele cele mai importante ale implementării mentenanței predictive și acestea au rolul de a aduce utilajele dinamice într-o stare de predicție compatibile cu sistemul, fiind necesar să functioneze la un calificativ *Bine* sau *Utilizabil*. Principalele defecte care apar la mașinile dinamice rotative sunt dezechilibrul și dezalinierea.

În acestă etapă, o importanță deosebită o reprezintă diagnosticarea mașinilor, care implică studierea acestora din punct de vedere al componentelor, respectiv tipul lagărelor, al fundațiilor, răspunsul rotorului, rolul mașinii în procesul tehnologic etc.

Rotorul este un subansamblu al acestor maşini, format dintr-un arbore pe care se găseşte unul sau mai multe discuri şi care execută o mişcare de rotaţie în jurul propriei axe. Ca formă, acestea pot fi simple și complexe, dar, indiferent de tip, fiind un element aflat în mişcare de rotaţie, determină proprietăţi dinamice specifice maşinilor cu rotor, care nu se întâlnesc la celelalte tipuri de maşini sau structuri [1].

Din marea clasă a maşinilor cu rotor fac parte următoarele subclase de maşini: turbine, generatoare, motoare, compresoare, pompe şi suflante.

2. Maşini dinamice rotative

În funcţionarea maşinilor, rotorul acestora este supus la vibraţii de încovoiere şi de răsucire. Aceste vibraţii sunt dependente de geometria rotorului şi de tipul lagărului, precum şi de forţele excitatoare. Rotorul, în mişcare de precesie, îşi excită propria fundaţie. Complexitatea fenomenelor dinamice este mărită dacă se ţine cont de faptul că asupra rotorului pot acţiona forţe hidro şi aerodinamice, câmpuri cu gradient variabil de temperatură şi presiune, câmpuri electromagnetice etc. [1].

Principalele caracteristici ale dinamicii maşinilor cu rotor, comparativ cu cele ale sistemelor fără rotor sunt:

- Toate fenomenele dinamice, care apar în timpul funcţionării maşinilor cu rotor, sunt strâns legate de mişcarea de rotaţie a rotorului, existând un transfer de energie din direcţia mişcării de rotaţie către cea de precesie.
- În timp ce, în cazul structurilor pasive, un mod de vibraţie este caracterizat de forma sa proprie, la structurile active, mişcarea de vibraţie a rotorului este definită de modul de precesie. De aceea, mişcarea de vibraţie a rotorului cuprinde două componente laterale, inseparabile, ce s-a convenit a fi denumite componenta verticală orizontală a modulului propriu de precesie.
- În dinamica maşinilor cu rotor, datorită existenţei, în general, a unor mici diferenţe, nesimetrii, a caracteristicilor sistemului pe cele două direcţii, verticală şi orizontală, modurile de precesie apar perechi - de exemplu: primul mod vertical şi primul mod orizontal.
- Altă trăsătură specifică structurilor cu rotor o constituie faptul că acestea au propria forţă perturbatoare, care apare ca urmare a existenţei maselor neechilibrate aflate în mişcare de rotaţie. Chiar dacă turaţia arborelui este de zeci de mii de rotaţii pe minut, la marea majoritate a maşinilor cu rotor sunt excitate numai primele două sau trei

moduri proprii de precesie. Acest lucru se datorează atât faptului că ele corespund însăşi modurilor proprii ale rotorului, cât şi faptului că ele sunt, în general, slab amortizate. Ca urmare, în studiul dinamic al maşinilor cu rotor interesul este acordat cu prioritate primelor moduri proprii [3].

Tipurile de lagăre folosite la maşinile cu rotor sunt [2]: lagăre cu rulmenţi, lagăre cu alunecare, lagăre cu gaz.

La utilajele cu puteri mari, cele mai des întâlnite sunt lagărele cu alunecare, datorită proprietăţilor deosebite ce le oferă: capacitate mare de încărcare, amortizări mari, durabilitate ridicată, ceea ce constituie studiul prezentei lucrări.

2.1 Rotor elastic în lagăre rigide fără amortizare

Se consideră un disc de masă "m" fixat pe un arbore care se roteşte cu viteza unghiulară constantă Ω în două lagăre rigide (figura 1). Constanta elastică a arborelui este considerată mai mică de 10 % din constanta de elasticitate a lagărelor.

Se consideră, de asemenea, că centrul de greutate al discului, punctul G, nu coincide cu centrul său geometric, punctul C, care însă coincide cu centrul secţiunii transversale a arborelui. Se notează cu "$\bar{e}$" distanţa între aceste două puncte (care este notată doar în relatii, pentru a se diferenţia de baza "e" a logaritmilor neperieni) şi se aplică următoarele ipoteze: se neglijează masa arborelui şi toate forţele de frecare; când Ω=0 (arborele nu se roteşte), axa rotorului nu se deformează; constanta elastică a arborelui este k.

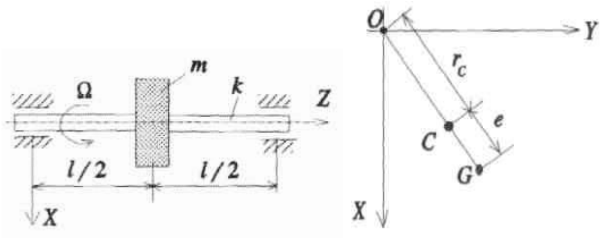


Fig. 1 Arbore în mişcare de rotaţie în două lagăre rigide

Neglijând forţele gravitaţionale, se observă că există două forţe care acţionează asupra discului: mai întâi forţa elastică din arbore, care are tendinţa de a-l redresa; şi apoi forţa centrifugă, care are punctul de aplicare în centrul de greutate G, punct care descrie centrul de rază "$r_c + \bar{e}$" (figura 2). Punctul C este centrul geometric al arborelui; G este centrul de greutate al discului; ē este excentricitatea, deci distanţa constantă dintre C şi G, iar $r_c = OC$ este săgeata arborelui în dreptul discului. Prima dintre aceste forţe depinde de elasticitatea arborelui şi este proporţională cu săgeata acestuia. Ea are deci valoarea "kr_c", îndreaptă către centrul de rotaţie, punctul O.

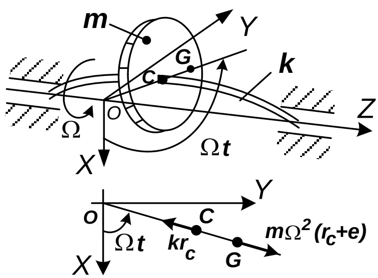


Fig. 2 Forțele ce acționează asupra discului

Forţa centrifugă are valoarea $m\Omega^2(r_c + \bar{e})$ şi este îndreptată către exterior. Aceste două forţe trebuie să fie egale:

$$kr_c = m\Omega^2 m\Omega^2(r_c + \bar{e}) \tag{1}$$

Deci

$$r_c = \bar{e}\frac{\Omega^2}{\frac{k}{m} - \Omega^2} = \bar{e}\frac{\left(\frac{\Omega}{\omega}\right)^2}{1 - \left(\frac{\Omega}{\omega}\right)^2} \tag{2}$$

Se analizează arborele cu principiul lui D'Alembert. Se reprezintă forţele ce acţionează asupra rotorului şi se scriu ecuaţiile diferenţiale ale dinamicii acestuia pe cele două direcţii plane, reprezentate în figura 3.

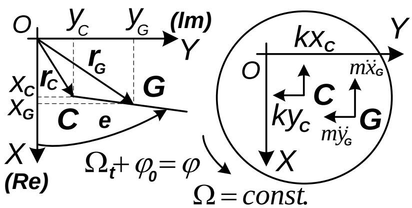


Fig. 3
Forțele ce acţionează asupra rotorului

Sistemul ecuaţiilor diferenţiale scalare este:

$$\begin{cases} m\ddot{x}_G + kx_c = 0 \\ m\ddot{Y}_G + ky_c = 0 \end{cases} \tag{3}$$

Între punctele C şi G există relatiile de legătură:

$$\begin{cases} x_G = x_c + \bar{e}\cos\phi \\ Y_G = Y_c + \bar{e}\sin\phi \end{cases} \Big|\times i \tag{4}$$

în care i= $\sqrt{-1}$.

Se aplifică a doua relaţie a sistemului (4) cu "i" şi se adună la prima, rezultă:

$$r_G = r_c + \bar{e}e^{i\phi} \tag{5}$$

în care:

$$\begin{cases} r_G = x_G + iy_G \\ r_c = x_c + iy_c \\ e^{ix}\phi = \cos\phi + i\sin\phi \end{cases} \tag{6}$$

Dacă se înlocuieşte unghiul sistemului cu unghiul curent, ce depinde de faza iniţială şi de unghiul parcurs în timp la viteza unghiulară constantă, atunci relaţia (5) devine :

$$r_G = r_C + \bar{e}\, e^{i(\Omega t + \varphi_0)} \tag{7}$$

Se derivează în raport cu timpul relaţiile (4) şi se obţin :

$$\begin{cases} \ddot{x}_G = \ddot{x}_c - \bar{e}\left(\dot{e}\right)^2 \cos\phi - \dot{e}\ddot{\phi}\sin\phi \\ \ddot{y}_G = \ddot{y}_c - \bar{e}\left(\dot{e}\right)^2 \sin\phi - \dot{e}\ddot{\phi}\cos\phi \end{cases} \tag{8}$$

Dar $\ddot{\varphi}$ =0 pentru că $\dot{\varphi}$ = Ω =constant.

Cu ajutorul relaţiilor (8), sistemul (5) devine :

$$\begin{cases} m\ddot{x}_c + kx_c = m\bar{e}\Omega^2\cos\phi \\ m\ddot{y}_c + ky_c = m\bar{e}\Omega^2\sin\phi \end{cases} \Big|\times i \tag{9}$$

Deci:

$$m\ddot{r}_c + kr_c = m\bar{e}\Omega^2 e^{i(\Omega t+\varphi_0)} \Big| \div m \qquad (10)$$

Se notează cu: $\omega = \sqrt{k/m}$, cu care soluţia ecuaţiei vectoriale diferenţiale este:

$$r_c = \frac{\bar{e}\left(\frac{\Omega}{\omega}\right)^2}{1-\left(\frac{\Omega}{\omega}\right)^2} e^{i(\Omega t+\varphi_0)} \qquad (11)$$

Relaţiile (2) şi (11) sau legea de mişcare a centrului maselor rotorului elasic în lagăre rigide fără amortizare. Din relaţia (11) primul termen reprezintă amplitudinea mişcării, iar cel de-al doilea este o funcţie armonică ce corespunde pulsaţiei mişcării, deci lui Ω.

2.2. Rotor simetric în lagăre elastice fără amortizare

Se consideră un rotor aşezat simetric între două lagăre perfect elastice, considerate fără amortizare, reprezentat în figura 4.

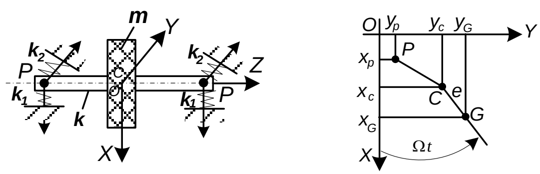


Fig. 4 Rotor simeric în lagăre elastice fără amortizare

Se consideră că axele OX şi OY sunt direcţiile principale de rigiditate ale lagărelor, cu k_1 şi k_2 constantele elastice principale ale lagărelor, iar x_P şi y_P deplasările pe cele două axe ale centrului fusului în sistemul fix de coordonate XOY. Incărcarea rotorului se prezintă în figura 5.

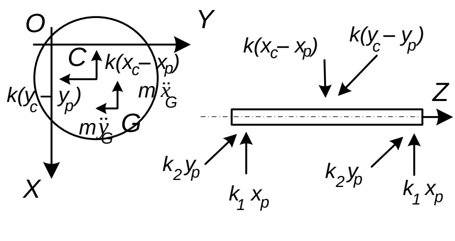


Fig. 5

Schema mecanică de încărcare a rotorului şi a arborelui

Se aplică principiul lui D'Alembert pentru echilibrul fictiv dinamic şi se abţine sistemul ecuaţiilor diferenţiale scalare:

$$m\ddot{x}_G+k(x_C-x_P)=0$$
$$m\ddot{y}_G+k(y_C-y_P)=0 \qquad (12)$$

în care se fac notaţiile:

$$2k_1x_F=k(x_C-x_P)$$
$$2k_2y_P=k(y_C-y_P) \qquad (13)$$

Între punctele C şi G se consider relatiile de legătură (4), iar între relaţiile (12) şi (13) se elimină coordonatele x_P, y_P, x_G, y_G şi se obţine :

$$m\ddot{x}_C+k_Xx_C=m\bar{e}\,\Omega^2\cos\Omega t$$
$$m\ddot{y}_C+k_Yy_C=m\bar{e}\,\Omega^2\sin\Omega t \qquad (14)$$

în care constantele elastice pe cele două axe sunt:

$$k_X=\frac{2k_1k}{2k_1+k}; \qquad k_Y=\frac{2k_2k}{2k_2+k} \qquad (15)$$

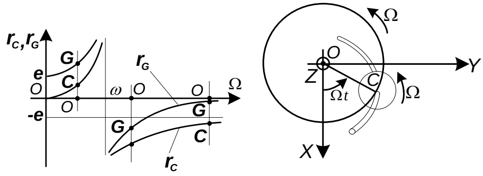
Soluţia general a sistemului (14) este dată de:

$$\begin{cases} x_c(t)=x_c\cos(\omega_x t+\phi_{ox})+\dfrac{\bar{e}\left(\dfrac{\Omega}{\omega_x}\right)^2}{1-\left(\dfrac{\Omega}{\omega_x}\right)^2}\cos\Omega t \\ y_c(t)=y_c\sin(\omega_y t+\phi_{oy})+\dfrac{\bar{e}\left(\dfrac{\Omega}{\omega_y}\right)^2}{1-\left(\dfrac{\Omega}{\omega_y}\right)^2}\sin\Omega t \end{cases} \qquad (16)$$

Pentru că sistemul este anizotrop, deci $k_1 \neq k_2$, rezultă că sistemul are două pulsaţii proprii.

3. Concluzii

În cazul în care se studiază dinamica rotorului elastic în lagăre rigide fără amortizare, sistemul prezintă aceeaşi mişcare atât pentru punctual C cât şi pentru punctual G, care se numeşte mişcare de precesie sincronă (figura 6, b), cu reprezentarea grafică a vectorilor de poziţie cu punerea în evidenţă a pulsaţiei proprii a sistemului sincron (figura 6, a), iar în figura 7 sunt redate pulsaţiilor proprii pentru rotorul simetric fixat pe lagăre elastic, fără amortizare, anizotrope.



a. b.

Fig. 6 Mişcarea de precesie sincronă

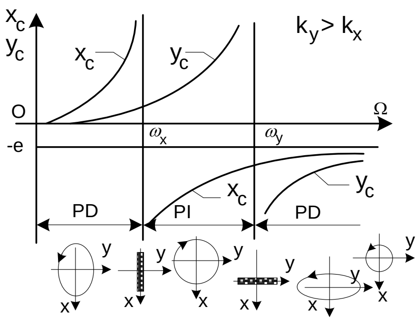


Fig. 7

Rotor pe lagăre elastice anizotrope

BIBLIOGRAFIE

[1] Arghir, Mariana, *Mechanics II, Rigid body cinematics&Dynamics*, U. T. Press, Cluj-Napoca 2002, ISBN 973-8335-20-5.
[2] Donald, E., Bently, Charles T., Hatch, Bob Grissom, 2002, *Fundamentals of Rotating Machinery Diagnostics*, Bently Pressurized Bearing Company.
[3] Ursu-Fischer, N., *Vibraţiile sistemelor mecanice, Teorie şi aplicaţii*, Casa Cărţii de Ştiinţă, Cluj-Napoca 1998, ISBN 973-9404-05-07.

Drd. Ing. Marinel CÎMPAN
Prof. Dr. Ing. Mariana ARGHIR,
Departamentul: Ingineria Sistemelor Mecanice,
Facultatea de Construcţii de Maşini,
Universitatea Tehnică din Cluj-Napoca,
e-mail: mariananaarghir@yahoo.com, Mariana.Arghir@mep.utcluj.ro
telefon: 0264 401657
membri AGIR