



## **ASPECTE PRIVIND PIERDERILE PE LINIA DE ALIMENTARE A UNUI CONSUMATOR TRIFAZAT DEZECHILIBRAT**

Vasile Mircea POPA

### **ASPECTS REGARDING THE SUPPLY LINE LOSS OF A UNBALANCED THREE-PHASED LOAD**

The electrical power system normally operated in a symmetrical three-phase steady state mode. However, there are certain situations that can cause non-symmetrical operations. The presence of the unbalanced three-phased loads determines the apparition of the non-symmetrical systems involving currents and voltages as well the extra-loss within the supply wire. In this paper we present a mathematical proof in Mathcad of additional losses in the electrical energy transmission line working under non-symmetrical conditions. Was considered a simplified model, but the obtained result generalizes to complex electrical circuits. Finally, we draw the conclusions and we indicate the references.

**Keywords:** receiver phase, active power, symmetric components, power transmission line, power line losses, unbalanced mode of operation mathematical proof of additional losses under unbalanced

**Cuvinte cheie:** receptor trifazat, putere activă, componente simetrice, linie de transport a energiei electrice, pierderi pe linia de alimentare, regim dezechilibrat de funcționare, demonstrație matematică a pierderilor suplimentare în regim dezechilibrat

#### **1. Introducere**

După cum se știe, circuitele electrice trifazate funcționează în mod obișnuit (și de dorit) în regim simetric și echilibrat.

Dar, există regimuri de funcționare care se abat de la situația menționată anterior. În aceste regimuri de funcționare avem consumatori dezechilibrați iar sistemele de tensiuni și de curenți sunt nesimetrice. În electroenergetică și în rețelele de utilizare de joasă tensiune se dorește, din mai multe motive, ca regimul de funcționare să fie simetric și echilibrat sau foarte apropiat de acesta. Unul dintre motivele pentru care se dorește să avem regim de funcționare simetric și echilibrat este că pierderile pe linia de transport au o valoare minimă în acest regim, la o aceeași putere absorbită de consumator. Acesta este un rezultat bine cunoscut în electrotehnică, existând studii detaliate în care se arată circulația puterilor pe componente simetrice, cu interpretările respective [3]. De asemenea, măsurătorile experimentale confirmă principiul enunțat anterior. În cele ce urmează ne propunem să dăm o demonstrație matematică riguroasă a afirmației făcute mai sus privind pierderile pe linia de transport. Vom considera două modele simplificate, pentru un consumator legat în stea, cu fir neutru de impedanță practic nulă, respectiv fără fir neutru. Deci, cu alte cuvinte, cele două situații limită din punctul de vedere al impedanței firului neutru la legarea în stea a consumatorului. Analiza se va face în mediul de calcul Mathcad.

## 2. Consumator legat în stea, cu fir neutru de impedanță nulă

Se consideră modelul unui circuit trifazat conținând un generator, o linie de transport și un consumator. Conexiunea este în stea cu fir neutru de impedanță practic nulă și pentru simplificare receptorul este pur rezistiv (figura 1).

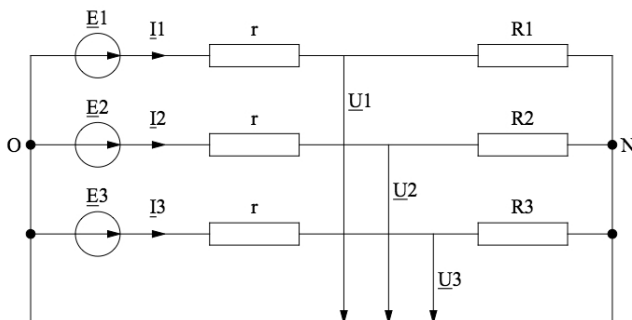


Fig. 1  
Circuit cu consumator legat în stea

Efectuând calculele necesare (fie direct, fie prin metoda componentelor simetrice)

se obțin rezultatele prezentate mai jos.

Puterea activă consumată de receptor:

$$P = E^2 \left[ \frac{R_1}{(r + R_1)^2} + \frac{R_2}{(r + R_2)^2} + \frac{R_3}{(r + R_3)^2} \right] \quad (1)$$

Puterea activă consumată de linia de transport (pierderile pe linia de transport):

$$P_1 = rE^2 \left[ \frac{1}{(r + R_1)^2} + \frac{1}{(r + R_2)^2} + \frac{1}{(r + R_3)^2} \right] \quad (2)$$

Puterea totală debitată de generator:

$$P_g = E^2 \left( \frac{1}{r + R_1} + \frac{1}{r + R_2} + \frac{1}{r + R_3} \right) \quad (3)$$

Problema care se pune este de a minimiza expresia (2) când expresia (1) este constantă. Este evident ca în problema noastră E și r sunt constante iar R<sub>1</sub>, R<sub>2</sub>, R<sub>3</sub> sunt variabile (reale și pozitive). În esență este vorba de o problemă de programare neliniară, mai exact de minimizarea unei funcții de trei variabile în prezența unei restricții.

Pentru rezolvarea acestei probleme am considerat valori particulare pentru parametrii E și r și am realizat optimizarea respectivă utilizând mediul Mathcad. Se utilizează funcția Minimize pusă la dispoziție de pachetul Mathcad. S-a considerat E = 100 V și r = 1 Ω.

Rezultatul obținut este că obținem valoarea minimă a pierderilor pe linia de transport în situația când receptorul este echilibrat (la aceeași putere absorbită de receptor).

Facând o analiză Mathcad, se obțin următoarele rezultate, prezentate în tabelul 1.

Tabelul 1

Receptor/ Puteri absorbite	P <sub>1</sub> (W)	P (W)	P <sub>g</sub> (W)
Receptor dezechilibrat: R <sub>1</sub> = 9; R <sub>2</sub> = 10; R <sub>3</sub> = 11 (Ω)	252	2490	2742
Receptor echilibrat: R <sub>1</sub> = 9,948; R <sub>2</sub> = 9,948; R <sub>3</sub> = 9,948 (Ω)	250,3	2490	2740,3

La început receptorul este dezechilibrat (R<sub>1</sub> = 9 ohmi, R<sub>2</sub> = 10 ohmi, R<sub>3</sub> = 11 ohmi). Puterea absorbită este P = 2490 W.

Pierderile pe linia de transport sunt P<sub>1</sub> = 252 W.

Puterea totală debitată de generator este  $P_g = 2742 \text{ W}$ .

Echilibrând consumatorul (în condițiile aceluiași consum de  $2490 \text{ W}$ ) găsim că valoarea comună a rezistențelor în cele trei faze ale consumatorului este  $R = 9,948 \text{ ohmi}$ . Pierderile pe linia de transport sunt în această situație  $250,3 \text{ W}$  iar puterea produsă de generator  $2740,3 \text{ W}$ .

### 3. Consumator legat în stea, fără fir neutru

În acest caz lipsește firul neutru din figura 1.

Facem următoarele notații.

$$Y_1 = \frac{1}{r+R_1} \quad Y_2 = \frac{1}{r+R_2} \quad Y_3 = \frac{1}{r+R_3} \quad (4)$$

În urma unui calcul rezultă curentul  $I_1$  și asemănător  $I_2$  și  $I_3$ .

$$I_1 = \frac{\sqrt{3EY_1\sqrt{Y_2^2 + Y_2Y_3 + Y_3^2}}}{Y_1 + Y_2 + Y_3} \quad (5)$$

Efectuând calculele necesare se obțin rezultatele prezentate mai jos.

Puterea activă consumată de receptor:

$$P = R_1 I_1^2 + R_2 I_2^2 + R_3 I_3^2 \quad (6)$$

Puterea activă consumată de linia de transport (pierderile pe linia de transport):

$$P_l = r I_1^2 + r I_2^2 + r I_3^2 \quad (7)$$

Puterea totală debitată de generator:

$$P_g = (R_1 + r) I_1^2 + (R_2 + r) I_2^2 + (R_3 + r) I_3^2 \quad (8)$$

Făcând o analiză Mathcad asemănătoare, se obțin rezultatele prezentate în tabelul 2.

Tabelul 2

Receptor/ Puteri absorbite	$P_1$ (W)	P (W)	$P_g$ (W)
Receptor dezechilibrat: $R_1 = 9$ ; $R_2 = 10$ ; $R_3 = 11$ ( $\Omega$ )	250	2485	2735
Receptor echilibrat: $R_1 = 9,97$ ; $R_2 = 9,97$ ; $R_3 = 9,97$ ( $\Omega$ )	249,2	2485	2734,2

#### 4. Concluzii

În acest fel se demonstrează matematic, asistat de calculator, principiul enunțat la începutul articolului. S-a lucrat în mediul Mathcad, problema fiind în esență una de programare neliniară. S-a adoptat un model simplificat pentru ambele situații analizate: receptor legat în stea cu fir neutru de impedanță practic nulă și receptor legat în stea fără fir neutru. De fiecare dată receptorul este pur rezistiv. S-a pus în evidență micșorarea pierderilor pe linia de transport, în situația consumatorului echilibrat, la aceeași putere consumată de acesta. Rezultatul obținut în cazul modelului simplificat se generalizează pentru un consumator complex, cu caracter inductiv, de tipul celor industriale.

În o serie de lucrări anterioare [10], [11], [12] s-a făcut și o analiză pe componente simetrice a puterilor active absorbite de un receptor trifazat. S-a utilizat descompunerea receptorului trifazat într-un receptor echilibrat real și unul extrem dezechilibrat generalizat, folosind teoria componentelor simetrice precum și expresiile puterilor complexe absorbite care au fost calculate în același context în lucrările menționate. Prezența receptorului dezechilibrat determină o absorbție suplimentară de putere de la generator, care va fi redistribuită în rețea ca putere de nesimetrie, în general nedorită. Prin urmare, receptorul dezechilibrat este un convertor de putere de nesimetrie care primește de la generator putere activă de simetrie și generează în rețea putere activă de nesimetrie. Utilizând mijloace de măsură adecvate, aceste circulații de putere pot fi probate experimental. Deci este utilă punerea în evidență într-o rețea energetică a receptorilor dezechilibrați, care produc pierderi suplimentare în linia de transport și în consumatorii echilibrați din rețea. În prezent se măsoară numai puterile și energiile active primite efectiv de consumatori. Astfel, consumatorii echilibrați sunt dezavantajați (în general) primind și putere de nesimetrie, nedorită de cele mai multe ori. Cresc de asemenea pierderile pe liniile de alimentare (consumuri tehnologice), creșteri care deși sunt provocate de receptoarele dezechilibrate, sunt suportate de sistem. Evident, se impune o analiză tehnico-economică riguroasă, bazată pe criterii cantitative obiective. Acestea se încadrează în domeniul calității energiei electrice [9], care este un domeniu de mare actualitate și de mare importanță în electroenergetica modernă, atât sub aspect teoretic cât și sub aspect practic.

În practică se impune prin urmare compensarea dezechilibrului la consumatorii trifazați. În general, problema trebuie rezolvată în corelare cu necesitatea compensării și a armonicilor superioare și bineînțeles a îmbunătățirii factorului de putere [3], [7], [8].

Rezultatele finale se regăsesc atât în îmbunătățirea parametrilor tehnici de funcționare a instalațiilor cât și sub aspectul obținerii unor importante economii de energie electrică.

## BIBLIOGRAFIE

- [1] Pavel, E., *Noi aspecte ale teoriei receptoarelor trifazate statice dezechilibrate*, Energetica, Vol.37, Nr.11, noiembrie 1989, pag.481-492.
- [2] Țugulea, A., *Considerații privind efectele energetice în regimuri armonice nesimetrice ale sistemelor trifazate*; Energetica, Vol.XXXIV, Nr.3, martie 1986, pag.121-129.
- [3] Popa, V.M., *Contribuții la analiza sistemelor trifazate nesimetrice, cu aplicații*, Teză de doctorat, Universitatea Tehnică Cluj-Napoca, 1999.
- [4] Popa, V.M., *Using Generalized Impedances in the Study of a Real Unbalanced Load*, Proceedings of the 2-nd International Workshop CAD in Electromagnetism and Electrical Circuits CADEMEC 99, 7-9 September 1999, Cluj-Napoca, Romania, volume, pag. 91-94.
- [5] Popa, V.M., *Considerații privind alimentarea receptorilor trifazați*, Sesiunea de comunicări științifice a Universității "Petru Maior", Târgu Mureș, 27-28 octombrie 2000, Volumul 7, Electroenergetică, ISBN 973-8084-19-9, pag. 191-196.
- [6] Popa, V.M., *The Energetical Study of the Unbalanced Three-Phased Load*, Conferința Națională cu participare internațională „Electrotehnica aplicată în eco-reconstrucția industrială”, Sibiu, 23-24 septembrie 2005; Volum, ISBN 973-739-138-1, pag. 144-151.
- [7] Popa, V.M., *Receptoare generalizate în electrotehnică*, Editura Universității "Lucian Blaga" din Sibiu, Sibiu, 2010, ISBN 978-606-12-0033-7.
- [8] Popa, V.M., *Sisteme nesimetrice în electrotehnică*, Editura Universității "Lucian Blaga" din Sibiu, Sibiu, 2011, ISBN 978-606-12-0253-9.
- [9] Popa, V.M., *Regimuri nesimetrice în electrotehnică*, Editura Universității "Lucian Blaga" din Sibiu, Sibiu, 2012, ISBN 978-606-12-0382-6.
- [10] Popa, V.M., *Circuite trifazate dezechilibrate*, Editura Universității "Lucian Blaga" din Sibiu, Sibiu, 2013, ISBN 978-606-12-0512-7.
- [11] Popa, V.M., *Sarcini dezechilibrate în electrotehnică*, Editura Universității "Lucian Blaga" din Sibiu, Sibiu, 2014, ISBN 978-606-12-0711-4.
- [12] Popa, V.M., *Analiza puterilor active ale unui receptor trifazat*, „Știință și Inginerie”, vol. 25, Editura AGIR, București, 2014, ISSN 2067-7138.

Prof. Dr. Ing. Vasile Mircea POPA  
profesor asociat Universitatea „Lucian Blaga” din Sibiu, Facultatea de Inginerie  
str. Emil Cioran nr. 4, cod poștal: 550025, Sibiu  
membru AGIR  
e-mail: popavm@yahoo.com