



A XVI-a Conferință internațională – multidisciplinară
„Profesorul Dorin PAVEL – fondatorul hidroenergeticii românești”
SEBEȘ, 2016

CONSIDERAȚII ASUPRA CIRCUITULUI CHUA

Partea I

George MAHALU, Radu PENTIUC

CONSIDERATIONS ABOUT CHUA'S CIRCUIT – Part I

This paper presents modeling techniques and design nonlinear memristor elements type, typically used in Chua's circuit structure. Extremely laborious analyzes and mathematical techniques modeling approach is support for initiating many procedures for designing a linear negative resistance element, but not only.

Keywords: memristor, nonlinear, converter, circuit
Cuvinte cheie: memristor, neliniar, convertor, circuit

1. Introducere

Sistemele complexe au devenit subiect de studiu în ultimii 20 de ani, odată cu apariția teoriei haosului și a geometriei fractale. De la nivel pur teoretic, conceptul de complexitate sistemică a evoluat până la tehnicile de implementare a comportamentului caracterizat prin haos determinist specifice structurilor fizice, informaționale, economice, sociale și politice, lingvistice etc. Printre puținele structuri electrice cu comportament haotic indus în mod voit de către factorul uman, s-a numărat circuitul Chua. Acesta a fost denumit după inginerul de origine japoneză Leon Chua, care în 1971 propune, într-un articol intitulat *Memristor – The Missing Circuit Element*, un al patrulea element pasiv fundamental (alături de rezistor, inductor și capacitor) [1].

Chua a arătat că se pot construi șase relații distincte între cele patru variabile fundamentale ale circuitelor electrice de curent

alternativ: intensitatea curentului i , tensiunea electrică v , sarcina electrică q și fluxul magnetic φ . Respectiv cele relații apar din satisfacerea unor necesități de existență a simetriei de modelare matematică a interrelațiilor posibile între variabilele amintite mai sus.

2. Descrierea sistemului

Circuitul Chua este un oscilator cu comportament complex, caracterizat prin bifurcații de stare și tendință către comportament haotic (figura 1).

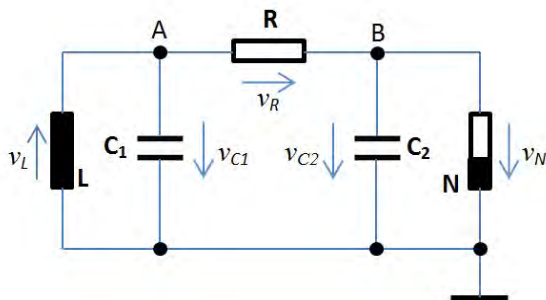


Fig. 1 Circuitul Chua

Circuitul este alcătuit dintr-o bobină de inductanță L , doi condensatori cu capacitățile C_1 și C_2 , un rezistor de rezistență R și un element neliniar N cu caracteristică $i=g(v)$ (figura 2).

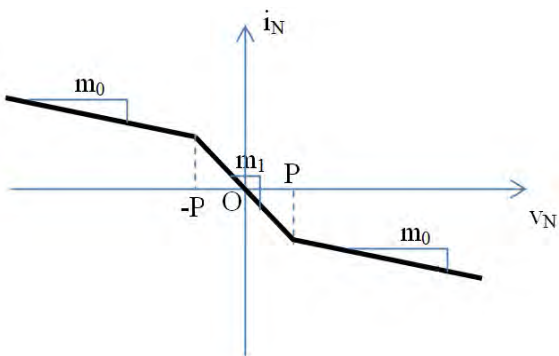


Fig. 2 Caracteristica elementului neliniar

Caracteristica neliniară menționată este de tipul unei rezistențe negative (toate segmentele liniare au pantă negativă), ceea ce face ca el să nu poată fi implementat printr-o rețea conținând doar rezistori, inductori și condensatori [1-3].

Elementul neliniar introduce o proprietate fizică numită *memristență* (abrevierea de la *memori-rezistență*) și notată cu M .

3. Analiza circuitului Chua

Ecuatiile de stare ale sistemului din figura 1 se scriu astfel:

$$\begin{cases} L \frac{di_L}{dt} = -v_{C1} \\ C_1 \frac{dv_{C1}}{dt} = i_L - \frac{v_{C2} - v_{C1}}{R} \\ C_2 \frac{dv_{C2}}{dt} = \frac{v_{C2} - v_{C1}}{R} - g(v_{C2}) \end{cases} \quad (1)$$

Se observă că au fost considerate drept mărimi de stare i_L , v_{C1} și v_{C2} . Interpretările celor trei ecuații de stare sunt:

1. Tensiunea pe bobina de inductanță L este egală cu tensiunea pe condensatorul C_1 considerată cu semn contrar.
2. Curentul prin condensatorul C_1 este egal cu diferența dintre curentul prin bobină și curentul prin rezistorul R .
3. Curentul prin condensatorul C_2 este egal cu diferența dintre curentul prin rezistorul R și curentul prin elementul neliniar N .

Sistemul este de ordin trei deoarece sunt prezente trei elemente reactive (trei grade de libertate).

Pentru a pune în evidență comportarea complexă a sistemului, se poate studia oricare relație între cele trei mărimi de stare. Spre exemplu se poate analiza relația dintre v_{C1} și v_{C2} . Astfel, putem determina:

$$v_R = v_{C2} - v_{C1}$$

Vizualizând în mod diferențial excursia de tensiune între punctele A și B , putem pune în evidență o traiectorie de stare specifică.

Conform caracteristicii din figura 2, avem:

$$g(v_N) = m_0 v_N + \frac{1}{2}(m_1 - m_0)[|v_N + P| - |v_N - P|] \quad (2)$$

cu m_0 și m_1 notând pantele specifice precizate în figură, P precizând tensiunea de frângere, v_N tensiunea pe elementul neliniar și $g(v_N)$ curentul prin acesta.

Observație: Relația (2) poate fi înlocuită cu alte relații echivalente, specifice tipurilor de elemente neliniare utilizate.

Facem în continuare notațiile:

$$\begin{aligned} x &\equiv i_L \\ y &\equiv v_{C1} \\ z &\equiv v_{C2} \\ G &\equiv g(v_N) \end{aligned}$$

În noile notații, avem:

$$\begin{cases} \bullet x = -\frac{1}{L} y \\ \bullet y = \frac{1}{C_1} x + \frac{1}{RC_1} y - \frac{1}{RC_1} z \\ \bullet z = -\frac{1}{RC_2} y + \frac{1}{RC_2} z - G \end{cases} \quad (3)$$

Deoarece $v_N = v_{C2} \equiv z$, relația (2) se rescrie:

$$g(z) = m_0 z + \frac{1}{2}(m_1 - m_0) \cdot [|z + P| - |z - P|] \quad (4)$$

și ultima ecuație din (3) devine:

$$\begin{aligned} \dot{z} = & -\frac{I}{RC_2} y + \left(\frac{I}{RC_2} - m_0 \right) z - \\ & - \frac{m_1 - m_0}{2} (|z + P| - |z - P|) \end{aligned}$$

Această ultimă ecuație este neliniară, astfel încât ea va impune comportarea haotică a sistemului.

În vederea analizei comportamentale a sistemului, se poate realiza – pe de o parte – o simulare numerică sub Matlab (sau alte medii similare) utilizând sistemul de ecuații:

$$\left\{ \begin{aligned} \dot{x} &= -\frac{1}{L} y \\ \dot{y} &= \frac{1}{C_1} x + \frac{1}{RC_1} y - \frac{1}{RC_1} z \\ \dot{z} &= -\frac{1}{RC_2} y + \left(\frac{1}{RC_2} - m_0 \right) z - \\ & \frac{m_1 - m_0}{2} (|z + P| - |z - P|) \end{aligned} \right. \quad (5)$$

Pe de altă parte, utilizând o simulare Multisim (sau sub un alt mediu similar) a circuitului din figura 1, se pot trage o serie de concluzii asupra comportării sistemului.

3. Elementul neliniar Chua



Fig. 3 Cuadripolul STCT

Elementele neliniare care interesează în mod special sunt cele ce conțin porțiuni de caracteristică $i(v)$ negativă. Se poate arăta (așa cum se va face în continuare) că un rezistor negativ se implementează ușor cu ajutorul unei *Surse de Tensiune Controlată în Tensiune* (STCT). Se formează astfel un *Convertor de Rezistență Negativă* (CRN).

O structură ideală de tip STCT este modelată printr-un cuadripol (figura 3).

Caracteristica de transfer a STCT este prezentată în figura 4.

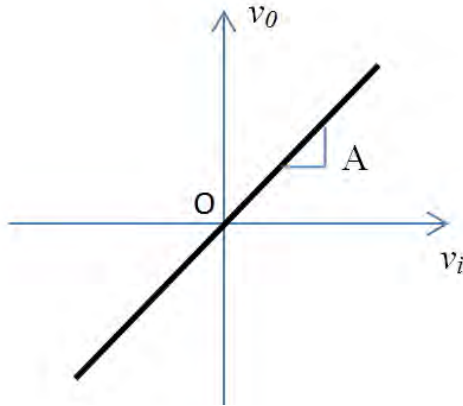


Fig. 4 Caracteristica de transfer I/O a

BIBLIOGRAFIE

- [1] Chua, L. O., *Memristor - the missing circuit element*. IEEE Trans. Circuit Theory 18, 507–519 (1971).
- [2] Mahalu, G., Mahalu, C., Dumistrăcel, I., *Considerații de proiectare a elementului neliniar al circuitului Chua*, Simpozionul Național de Informatică, Automatizări și Telecomunicații în Energetică, Sinaia 22-24 Octombrie (2014).
- [3] Kennedy, M.P., *Three Steps to Chaos*, IEEE Transactions, vol. 40, No. 10, pp.657-674, October (1993).

Conf.Dr.Ing. George MAHALU
Prof.Dr.Ing. Radu PENTIUC
Universitatea "Ștefan cel Mare" Suceava
membri AGIR
e-mail: mahalu@eed.usv.ro
radup@eed.usv.ro