A XVI-a Conferinţă internaţională – multidisciplinară
„Profesorul Dorin PAVEL – fondatorul hidroenergeticii româneşti”
SEBEŞ, 2016

UNELE ASPECTE PRIVIND CURGEREA GAZELOR PRIN ŢEVILE LUNGI

Elena-Bianca AVĂDANEI, Constantin AVĂDANEI

SOME ASPECTS OF THE FLOW OF GAS BY LONG PIPES

This paper deals with studying the evolution of gas dynamics parameters in long pipes. This study is applicable to the design and construction of special pipes.

Keywords: gas dynamics parameters, enthalpy, perfect gas, Mach criterion, long pipe, Reynolds criterion
Cuvinte cheie: parametric gazodinamici, entalpie, gaz perfect, criteriul Mach, ţeavă lungă, criteriul Reynolds

1. Introducere

Cercetările teoretice şi experimentale aprofundate, care au beneficiat de avantajele oferite de utilizarea echipamentului modern de calcul şi de investigaţie experimentală, au deschis noi căi de abordare în proiectarea ţevilor armelor de calibre mici.

Apropierea dintre aparatul matematic utilizat, de fenomenul real al curgerii gazelor prin ţevi, oferă algoritmi eficienţi în proiectarea şi realizarea unor ţevi cu caracteristici optime, de înalt randament energetic [1].

2. Evoluţia parametrilor gazodinamici în ţevile lungi

Studiul variaţiei parametrilor gazodinamici se face considerând ţeava de secţiune constantă.

Și intervalul de variaţie este între o secţiune iniţială, 1 şi una finală, 2 [2], [4].

Iniţial se consideră că gazul este perfect iar curgerea are caracter permanent.

De asemenea, se ia în calcul influenţa frecării gazelor de pereţii ţevii asupra caracterului curgerii.

Condiţiile curgerii gazelor se pot scrie sub forma:

$$\rho\, w = const.; \quad p = \rho\, R\, T; \quad A = const. \tag{1}$$

în care: ρ - densitatea, w - viteza, p - presiunea, T - temperatura, R - constanta gazelor, A - secţiunea ţevii.

Variaţia vitezei de curgere rezultă din ecuaţiile de continuitate şi de stare a gazului [3]:

$$\frac{d\rho}{\rho} = -\frac{d\,w}{w}; \quad dp = R(\rho\, dT + T\, d\rho) \tag{2}$$

sau $$\frac{d\,p}{\rho} = R d T + RT\frac{d\rho}{\rho} = R d T - RT\frac{d\,w}{w} \tag{3}$$

Aplicând ecuaţia primului principiu al termodinamicii [4], în condiţiile $\delta q = 0$ (fără schimb de căldură cu mediul exterior) şi $\delta l = 0$ (fără lucrul mecanic exterior), relaţia (3) devine:

$$\frac{d\,p}{\rho} = w^2\frac{d\,w}{w} + \rho l_{fr} = 0 \rightarrow \frac{d\,p}{\rho} = -w^2\frac{d\,w}{w} - \delta l_{fr} \tag{4}$$

în care l_{fr} - lucrul mecanic de frecare.

Din relaţia (4) rezultă:

$$-w^2\frac{d\,w}{w} - \delta l_{fr} = R\, dT - R\, T\frac{d\,w}{w} \tag{5}$$

$$R\, dT + \left(w^2 - \frac{k\, R\, T}{k}\right)\frac{d\,w}{w} + \delta l_{fr} = R\, dT + \left(w^2 - \frac{a^2}{k}\right)\frac{d\,w}{w} + \delta l_{fr} = 0 \tag{6}$$

Pentru cele două secţiuni ale ţevii, 1 şi 2, neglijând frecarea [4] $\left(l_{fr}=0\right)$, entalpia(h) frânată este egală. Ca urmare, $h_{01}=h_{02}=h_0$ şi

deci, $$h_0=const.=h+\frac{w^2}{2};\ T_0=T+\frac{w^2}{2c_p}=const. \qquad (7)$$

Deoarece $T_0=const.$, se obţine prin derivare

$$dT_0=0=dT+\frac{w^2}{c_p}\frac{dw}{w}\rightarrow dT_0=-\frac{w^2}{c_p}\frac{dw}{w} \qquad (8)$$

sau, în funcție de R şi de căldurile specifice, c_p , c_v:

$$R\,dT=-c_v\frac{R}{c_v}\frac{w^2}{c_p}\frac{dw}{w}=-\frac{c_p-c_v}{c_v}\frac{w^2}{\frac{c_p}{c_v}}\frac{dw}{w}=-\frac{k-1}{k}w^2\frac{dw}{w} \qquad (9)$$

unde $k=\frac{c_p}{c_v}$ este coeficient adiabatic.

Dacă se ia în considerare şi frecarea, atunci ecuaţia (9) devine:

$$-\frac{k-1}{k}w^2\frac{dw}{w}+\left(w^2-\frac{a^2}{k}\right)\frac{dw}{w}+\delta l_{fr}=0 \qquad (10)$$

Din (10) se obţine relaţia care exprimă variaţia vitezei gazelor prin ţeavă [1], [4]:

$$-(k-1)M^2\frac{dw}{w}+\left(kM^2-1\right)\frac{dw}{w}=-\frac{k}{a^2}\delta l_{fr} \qquad (11)$$

De unde, variaţia vitezei gazelor în ţeava, prin care curge cu o viteză corespunzătoare M , este dată de expresia:

$$\frac{dw}{w}=-\frac{k}{\left(M^2-1\right)a^2}\delta l_{fr} \qquad (12)$$

Considerând o curgere fără frecare ($\delta l_{fr}=0$), derivata părţii drepte a ecuaţiei este zero deoarece ea este constantă şi deci viteza în lungul ţevii va fi constantă $\left(\frac{dw}{w}=0\right)$ şi egală cu cea iniţială w_0. Luând în considerare curgerea cu frecare [3], [4] , prin integrarea ecuaţiei (12) între w_0 şi w se obţine viteza de curgere w în funcţie de w_0, l_{fr} şi M :

$$\ln w = \frac{k}{\left(M^2-1\right)a^2} l_{fr} + \ln w_0 \tag{13}$$

Prin urmare, viteza w de curgere a unui gaz perfect pentru un lucru mecanic de frecare l_{fr} va fi :

$$w = w_0 e^{-\frac{k}{\left(M^2-1\right)a^2} l_{fr}} \quad \left[\frac{m}{s}\right] \tag{14}$$

Valoarea lucrului mecanic de frecare l_{fr} este întotdeauna pozitivă şi creşte cu distanţa parcursă de fluid [1], [3].

Odată cu creşterea lui l_{fr}, în funcţie de valoarea criteriului Mach al curgerii, există două situaţii (figura 1):

- la curgeri subsonice($M<1$) lucrul mecanic de frecare provoacă o creştere a vitezei de curgere a gazului ($dw/w > 0$);

- la curgeri supersonice ($M>1$) lucrul mecanic de frecare provoacă o micşorare a vitezei de curgere a gazului ($dw/w < 0$)

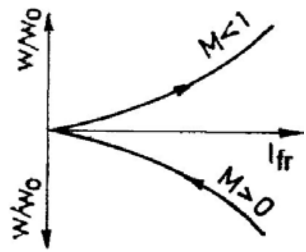

Fig. 1 Influenţa lucrului mecanic de frecare

Deci lucrul mecanic de frecare aduce un curent subsonic la viteza sonică, iar unul supersonic tot la viteză sonică [4]. Odată ajuns la viteza sonică ($M=1$) curgerea subsonică nu mai poate fi accelerată, iar cea supersonică nu mai poate fi frânată [3], ea continuând cu $M=1$.

Această situaţie este definită în literatura de specialitate drept criza curgerii cu frecare. În absenţa unui schimb de căldură cu mediul exterior, între două secţiuni 1 şi 2, temperatura frânată a gazului perfect rămâne constantă ($T_{01} = T_{02} = T_0 = const.$).

Într-o secţiune oarecare unde viteza de curgere este w, temperatura momentană în funcţie de $M_{cr} = w/a_{cr}$ este dată de expresia [2], [3]:

$$\frac{T}{T_0} = 1 - \frac{k-1}{k+1} M_{cr}^2 \tag{15}$$

Pentru două secţiuni oarecare, 1şi 2 se obţin pentru o secţiune expresiile ($A_1 = A_2 = A; \dot{m} = const.$) pentru temperatură, presiune, densitate [3], [4]:

$$\frac{T_1}{T_{01}} = 1 - \frac{k-1}{k+1} M_{cr_1}^2 ; \quad \frac{T_2}{T_{02}} = 1 - \frac{k-1}{k+1} M_{cr_2}^2 \tag{16}$$

Din ecuaţia de continuitate se obţine raportul densităţilor gazului:

$$\frac{M_{cr_1}}{M_{cr_2}} = \frac{\frac{w_1}{a_{cr}}}{\frac{w_2}{a_{cr}}} = \frac{w_1}{w_2} = \frac{\frac{\dot{m}}{A \cdot \rho_1}}{\frac{\dot{m}}{A \cdot \rho_2}} = \frac{\rho_2}{\rho_1} \tag{17}$$

iar raportul presiunilor momentane este [1], [3]:

$$\frac{p_2}{p_1} = \left[\frac{1 - \frac{k-1}{k+1} M_{cr_2}^2}{1 - \frac{k-1}{k+1} M_{cr_1}^2} \right]^{\frac{k}{k-1}} = \left(\frac{\rho_2}{\rho_1} \right)^k \tag{18}$$

În figura 2 este prezentată variaţia temperaturii şi densităţii unui gaz perfect la o curgere subsonică şi supersonică cu frecare, printr-o ţeavă circulară [1], [4].

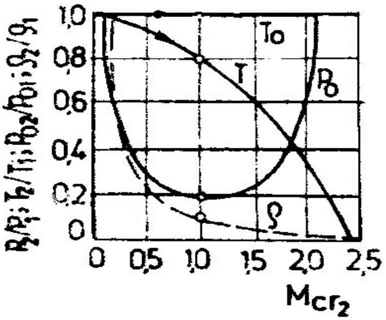

Fig. 2 Variaţia parametrilor gazului la curgerea cu frecare prin ţevi

Lucrul mecanic de frecare este:

$$\delta l_{fr} = \lambda \frac{w^2}{2} \frac{dx}{D} \tag{19}$$

în care λ - este coeficientul de frecare, care depinde numai de criteriul Reynolds, x - lungimea ţevii, D - diametrul ţevii.

În proiectarea ţevilor, o evaluare a fenomenului de curgere a gazului se face prin calculul lui M_{cr} , cu ajutorul relaţiei [1], [2]:

$$\frac{1}{M_{cr_1}} - \frac{1}{M_{cr_2}} = -\ln\left(\frac{M_{cr_2}^2}{M_{cr_1}^2}\right) = 2\frac{k}{k+1}\lambda\frac{x}{D} \tag{20}$$

în care M_{cr_1} corespunde la distanţa $x = 0$ şi M_{cr_2} la distanţa x .

3. Concluzii

■ Lungimea x a ţevii, pentru o anumită valoare a vitezei iniţiale, subsonică sau supersonică, nu poate fi la limită($x_{\max}$) decât aceea căreia îi corespunde o viteză pentru care $M_{cr_2} = 1$.

■ În cazul în care la intrarea în ţeavă gazul are viteză subsonică, lungimea ţevii se calculează astfel încât în secţiunea 2 viteza să aibă valoarea sonică [1].

■ În cazul în care la intrarea în ţeavă gazul are viteză supersonică, lungimea ţevii se calculează astfel încât în secţiunea 2 viteza să aibă tot o valoare sonică [1].

BIBLIOGRAFIE

[1] Avădanei, C., *Contribuţii în studiul optimizării fenomenelor gazodinamice din dispozitivele armamentului de calibru redus*, Teză de doctorat, Academia Tehnică Militară, Bucureşti, 1999.
[2] Roşca, A., *Calculul şi construcţia armamentului*, Editura Academiei Tehnice Militare, Bucureşti, 2002.
[3] Ştefan, S., *Ecuațiile mecanicii fluidelor*, Editura Academiei Tehnice Militare, Bucureşti, 1996.
[4] Ştefănescu, D., ş.a., *Termogazodinamica tehnică*, Editura Tehnică, Bucureşti, 1986.

Informatician Elena-Bianca AVĂDANEI, Cluj-Napoca
Lector Univ. Dr.Ing. Constantin AVĂDANEI
membru AGIR
E-mail: costi_av_2003@yahoo.com