



A XVII-a Conferință internațională – multidisciplinară  
„Profesorul Dorin Pavel – fondatorul hidroenergeticii românești”  
SEBEȘ, 2017

## **PIERDERILE PE LINIA DE ALIMENTARE A UNUI CONSUMATOR TRIFAZAT LEGAT ÎN STEA**

Vasile Mircea POPA

### **THE SUPPLY LINE LOSS OF A THREE-PHASE LOAD IN STAR CONNECTION**

The electrical power system usually operated in a symmetrical three-phase steady state mode. But, there are certain situations that can cause non-symmetrical operations. The presence of the unbalanced three-phased loads induce the apparition of the non-symmetrical systems involving currents and voltages as well the extra-loss within the supply wire. In this work we present a mathematical proof in Mathcad of additional losses in the electrical energy transmission line working under non-symmetrical conditions. Was considered a simplified model in star connection, but the obtained result generalizes to complex electrical circuits. Finally, we show the conclusions and references.

**Keywords:** three-phase load, star connection, active power, electrical energy transmission line, supply line loss, unbalanced functioning regime, mathematical proof in the Mathcad of additional losses under unbalanced conditions

**Cuvinte cheie:** receptor trifazat, conexiune în stea, putere activă, linie de transport a energiei electrice, pierderi pe linia de alimentare, regim dezechilibrat de funcționare, demonstrație matematică în mediul Mathcad a pierderilor suplimentare în regim dezechilibrat

#### **1. Introducere**

Așa cum se știe, circuitele electrice trifazate funcționează în mod uzual (și de dorit) în regim echilibrat și simetric. Dar, în practică

există regimuri de funcționare care se abat de la situația ideală menționată anterior. În aceste situații avem receptori dezechilibrați iar sistemele trifazate de tensiuni și de curenți sunt nesimetrice. În electroenergetică și în rețelele de utilizare de joasă tensiune se dorește, din mai multe motive tehnice și economice, ca regimul de funcționare să fie simetric și echilibrat sau foarte apropiat de acesta. Unul dintre motivele pentru care se dorește să avem un regim de funcționare simetric și echilibrat este că pierderile pe linia de alimentare au o valoare minimă în acest regim, la o aceeași putere absorbită de consumator. Acesta este un rezultat bine cunoscut în electrotehnică, existând studii profunde în care se arată circulația puterilor pe componente simetrice, cu interpretările respective [3]. De asemenea, măsurătorile experimentale efectuate confirmă principiul enunțat anterior. În lucrarea de față ne propunem să dăm o demonstrație matematică riguroasă a afirmației făcute mai sus privind pierderile pe linia de transport. Vom considera un model simplificat pentru un consumator legat în stea, cu fir neutru. Analiza se va face în mediul Mathcad.

## 2. Consumator legat în stea, cu fir neutru

Se consideră modelul unui circuit trifazat conținând un generator, o linie de transport și un consumator. Conexiunea acestui consumator este în stea cu fir neutru de impedanță  $r_N$  și de asemenea pentru simplificare considerăm că receptorul este pur rezistiv (figura 1).

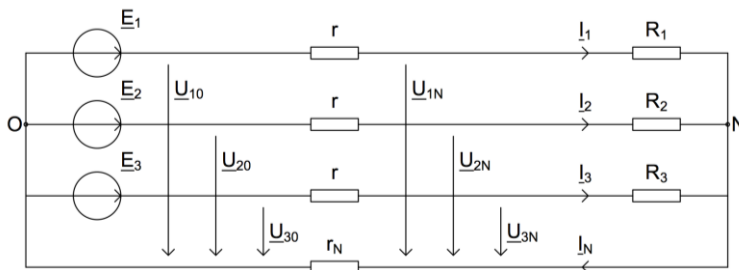


Fig. 1 Circuit cu consumator legat în stea cu fir neutru

Generatorul este ideal, sistemul tensiunilor electromotoare fiind simetric, de secvență directă. Tensiunea electromotoare pe o fază este  $E$  ca valoare efectivă.

Se pot scrie următoarele relații.

$$\underline{U}_{10} = E; \quad \underline{U}_{20} = a^2 E; \quad \underline{U}_{30} = aE \quad (1)$$

$$\underline{Y}_1 = \frac{1}{R_1 + r}; \quad \underline{Y}_2 = \frac{1}{R_2 + r}; \quad \underline{Y}_3 = \frac{1}{R_3 + r}; \quad \underline{Y}_N = \frac{1}{r_N} \quad (2)$$

$$\underline{U}_{NO} = \frac{\underline{Y}_1 \underline{U}_{10} + \underline{Y}_2 \underline{U}_{20} + \underline{Y}_3 \underline{U}_{30}}{\underline{Y}_1 + \underline{Y}_2 + \underline{Y}_3 + \underline{Y}_N} \quad (3)$$

$$\underline{U}_{1N} = \underline{U}_{10} - \underline{U}_{NO}; \quad \underline{U}_{2N} = \underline{U}_{20} - \underline{U}_{NO}; \quad \underline{U}_{3N} = \underline{U}_{30} - \underline{U}_{NO} \quad (4)$$

$$I_1 = \underline{U}_{1N} \underline{Y}_1; \quad I_2 = \underline{U}_{2N} \underline{Y}_2; \quad I_3 = \underline{U}_{3N} \underline{Y}_3 \quad I_N = \underline{U}_{NO} \underline{Y}_N \quad (5)$$

Puterea activă consumată de receptor este:

$$P = R_1 I_1^2 + R_2 I_2^2 + R_3 I_3^2 \quad (6)$$

Puterea activă consumată de linia de transport (pierderile pe linia de transport), inclusiv pe firul neutru, este:

$$P_l = r I_1^2 + r I_2^2 + r I_3^2 + r_N I_N^2 \quad (7)$$

Puterea totală debitată de generator este dată de relația:

$$P_g = (R_1 + r) I_1^2 + (R_2 + r) I_2^2 + (R_3 + r) I_3^2 + r_N I_N^2 \quad (8)$$

Problema care se pune este de a minimiza expresia (7) când expresia (6) este constantă. Este evident ca în problema noastră  $E$ ,  $r$  și  $r_N$  sunt constante iar  $R_1$ ,  $R_2$ ,  $R_3$  sunt variabile (reale și pozitive). În esență este vorba de o problemă de programare neliniară, mai exact de minimizarea unei funcții de trei variabile în prezența unei restricții.

Pentru rezolvarea acestei probleme am considerat valori particulare pentru parametrii  $E$ ,  $r$  și  $r_N$  și am realizat optimizarea respectivă utilizând mediul Mathcad. Se utilizeaza funcția Minimizează pusă la dispoziție de pachetul Mathcad. S-a considerat  $E = 100 \text{ V}$ ,  $r = 1 \Omega$  și  $r_N = 1 \Omega$ .

Rezultatul obținut este că obținem valoarea minimă a pierderilor pe linia de transport în situația când receptorul este echilibrat (la aceeași putere absorbită de receptor).

Făcând o analiză Mathcad, se obțin următoarele rezultate, prezentate în tabelul 1.

Tabelul 1

Receptor/ Puteri absorbite	$P_l$ (W)	P (W)	$P_g$ (W)
Receptor dezechilibrat: $R_1=9; R_2=10; R_3=11 (\Omega)$	252,8	2488	2740,8
Receptor echilibrat: $R_1=9,957; R_2=9,957; R_3=9,957 (\Omega)$	249,8	2488	2737,8

La început receptorul este dezechilibrat ( $R_1 = 9 \Omega$ ,  $R_2 = 10 \Omega$ ,  $R_3 = 11 \Omega$ ). Puterea absorbită este  $P = 2488 \text{ W}$ . Pierderile pe linia de transport sunt  $P_l = 252,8 \text{ W}$ . Puterea totală debitată de generator este  $P_g = 2740,8 \text{ W}$ .

Echilibrând consumatorul (în condițiile aceluiași consum de  $2488 \text{ W}$ ) găsim că valoarea comună a rezistențelor în cele trei faze ale consumatorului este  $R = 9,957 \Omega$ . Pierderile pe linia de transport sunt în această situație  $249,8 \text{ W}$  iar puterea produsă de generator  $2737,8 \text{ W}$ .

### 3. Observații

Situațiile extreme (din punctul de vedere al impedanței firului neutru) au fost analizate în lucrarea [12]. La aceste două situații ajungem ușor folosind modelarea generală din lucrarea de față. Într-adevar, considerând  $rN = 0,1$  (sau valori mai mici) ne apropiem de cazul legării în stea cu fir neutru de impedanță practic nulă. Luînd  $rN = 10$  (sau valori mai mari) ne apropiem de cazul legării în stea fără fir neutru. Se obțin rezultatele indicate în următoarele două tabele.

Tabelul 2

Receptor/ Puteri absorbite	$P_l$ (W)	P (W)	$P_g$ (W)
Receptor dezechilibrat: $R_1=9; R_2=10; R_3=11 (\Omega)$	252	2490	2742
Receptor echilibrat: $R_1=9,948; R_2=9,948; R_3=9,948 (\Omega)$	250,3	2490	2740,3

Tabelul 3

Receptor/ Puteri absorbite	$P_l$ (W)	P (W)	$P_g$ (W)
Receptor dezechilibrat: $R_1=9; R_2=10; R_3=11 (\Omega)$	250	2485	2735
Receptor echilibrat: $R_1=9,97; R_2=9,97; R_3=9,97 (\Omega)$	249,2	2485	2734,2

### 4. Concluzii

■ În acest fel se verifică matematic în Mathcad principiul enunțat la începutul articolului. Problema este în esență una de programare neliniară. S-a adoptat un model simplificat și anume s-a considerat un receptor pur rezistiv. S-a evidențiat micșorarea pierderilor pe linia de transport, în situația consumatorului echilibrat, la aceeași putere consumată de acesta. Rezultatul obținut pentru modelul

simplificat se generalizează în cazul unui receptor complex, cu caracter inductiv, de tipul celor care se întâlnesc de obicei în industrie.

■ În o serie de lucrări anterioare [9], [10], [11] s-a făcut și o analiză pe componente simetrice a puterilor active absorbite de un receptor trifazat. S-a utilizat descompunerea receptorului trifazat într-un receptor echilibrat real și unul extrem dezechilibrat generalizat, folosind teoria componentelor simetrice precum și expresiile puterilor complexe absorbite care au fost calculate în același context în lucrările menționate. S-a arătat acolo că prezența receptorului dezechilibrat determină o absorbție suplimentară de putere de la generator, care va fi redistribuită în rețea ca putere de nesimetrie, în general nedorită. Prin urmare, receptorul dezechilibrat se comportă ca un fel de convertor de putere de nesimetrie care primește de la generator putere activă de simetrie și generează în rețea putere activă de nesimetrie. Utilizând mijloace de măsură adecvate, aceste circulații de putere pot fi regăsite experimental. Deci este utilă și avantajoasă punerea în evidență într-o rețea energetică a receptorilor dezechilibrați, care produc pierderi suplimentare în linia de transport și în consumatorii echilibrați din rețea. În prezent se măsoară numai puterile și energiile active primite efectiv de consumatori. Astfel, consumatorii echilibrați sunt dezavantajați (în general) primind și putere de nesimetrie, nedorită de cele mai multe ori. Cresc de asemenea pierderile pe liniile de alimentare (așa numitele consumuri tehnologice), creșteri care deși sunt provocate de receptoarele dezechilibrate, sunt suportate de sistem. Evident, se impune o analiză tehnico-economică riguroasă, bazată pe criterii cantitative obiective. Acestea se încadrează în domeniul mai larg al calității energiei electrice [9], care este un domeniu de mare actualitate și de mare importanță în electroenergetica modernă, atât sub aspect teoretic cât și sub multiple aspecte practice.

■ Prin urmare, în practica industrială se impune compensarea dezechilibrului la consumatorii trifazați. În general, problema trebuie rezolvată în corelare cu necesitatea compensării și a armonicilor superioare și bineînțeles a îmbunătățirii factorului de putere [1], [2], [11].

■ Problematika abordată în lucrarea de față face parte din o serie de preocupări mai vechi ale autorului articolului, dezvoltate chiar și în teza de doctorat și în unele lucrări evidențiate la bibliografie. Ar fi de menționat șapte cărți pe care autorul le-a elaborat și tipărit la Editura Universității "Lucian Blaga" din Sibiu și care pot fi văzute pe Internet, la biblioteca centrală a universității. Din acestea, cinci sunt indicate la bibliografia prezentei lucrări, la pozițiile [7], [8], [9], [10], [11]. În lucrarea [12] s-au analizat situațiile consumatorilor legați în stea cu fir neutru de impedanță nulă, respectiv infinită (fără fir neutru).

## BIBLIOGRAFIE

- [1] Pavel, E., *Noi aspecte ale teoriei receptoarelor trifazate statice dezechilibrate*, Energetica, Vol.37, Nr.11, noiembrie 1989, pag.481-492.
- [2] Țugulea, A., *Considerații privind efectele energetice în regimuri armonice nesimetrice ale sistemelor trifazate*; Energetica, Vol.XXXIV, Nr.3, martie 1986, pag.121-129.
- [3] Popa, V. M., *Contribuții la analiza sistemelor trifazate nesimetrice, cu aplicații*, Teză de doctorat, Universitatea Tehnică Cluj-Napoca, 1999.
- [4] Popa, V. M., *Using Generalized Impedances in the Study of a Real Unbalanced Load*, Proceedings of the 2-nd International Workshop CAD in Electromagnetism and Electrical Circuits CADEMEC 99, 7-9 September 1999, Cluj-Napoca, Romania, volume, pag. 91-94.
- [5] Popa, V. M., *Considerații privind alimentarea receptorilor trifazați*, Sesiunea de comunicări științifice a Universității "Petru Maior", Târgu Mureș, 27-28 octombrie 2000, Vol. 7, Electroenergetică, ISBN 973-8084-19-9, pag. 191-196.
- [6] Popa, V. M., *The Energetical Study of the Unbalanced Three-Phased Load*, Conferința Națională cu participare internațională „Electrotehnica aplicată în eco-reconstrucția industrială”, Sibiu, 23-24 septembrie 2005; Volum, ISBN 973-739-138-1, pag. 144-151.
- [7] Popa, V. M., *Receptoare generalizate în electrotehnică*, Editura Universității "Lucian Blaga" din Sibiu, Sibiu, 2010, ISBN 978-606-12-0033-7.
- [8] Popa, V. M., *Sisteme nesimetrice în electrotehnică*, Editura Universității "Lucian Blaga" din Sibiu, Sibiu, 2011, ISBN 978-606-12-0253-9.
- [9] Popa, V. M., *Regimuri nesimetrice în electrotehnică*, Editura Universității "Lucian Blaga" din Sibiu, Sibiu, 2012, ISBN 978-606-12-0382-6.
- [10] Popa, V. M., *Circuite trifazate dezechilibrate*, Editura Universității "Lucian Blaga" din Sibiu, Sibiu, 2013, ISBN 978-606-12-0512-7.
- [11] Popa, V. M., *Sarcini dezechilibrate în electrotehnică*, Editura Universității "Lucian Blaga" din Sibiu, Sibiu, 2014, ISBN 978-606-12-0711-4.
- [12] Popa, V. M., *Aspecte privind pierderile pe linia de alimentare a unui consumator trifazat dezechilibrat*, Lucrările celei de A XVI-a Conferințe internaționale multidisciplinare „Profesorul Dorin Pavel – fondatorul hidroenergeticii românești”, Sebeș, 10-11 iunie 2016; Volumul „Știință și Inginerie” (vol. 29), ISSN 2067-7138.

Prof. Dr. Ing. Vasile Mircea POPA, profesor asociat  
membru AGIR  
Universitatea „Lucian Blaga” din Sibiu, Facultatea de Inginerie  
e-mail: popavm@yahoo.com  
telefon: 0745-149048