



A XVII-a Conferință internațională – multidisciplinară
„Profesorul Dorin Pavel – fondatorul hidroenergeticii românești”
SEBEȘ, 2017

FILTRAREA ȘI CORECTAREA VALORILOR FRECVENȚELOR PROPRII ALE GRINZII DUBLU ÎNCASTRATE EXPUSĂ INFLUENȚEI VARIAȚIILOR DE TEMPERATURĂ

Horia FURDUI, Andrea Amalia MINDA, Gilbert-Rainer GILLICH

FILTERING AND CORRECTION OF NATURAL FREQUENCY VALUES FOR A DOUBLE-CLAMPED BEAM SUBJECTED TO TEMPERATURE CHANGES

This paper presents the effect of temperature changes on the natural frequencies of beams. These may have perfect or elastic restraints at ends. A temperature increase produces compressive stress and consequently a natural frequency decrease. We contrived mathematical relations to evaluate the effect of temperature for the cases of perfect rigid as well as for elastic restraints. If the beam is imperfect, i.e. anisotropic, non-homogeneous or not strength in the initial state, a correction term has to be employed to accurately find the frequencies. The correction method is also presented.

Keywords: natural frequencies, filtering, correction algorithm, temperature

Cuvinte cheie: frecvențe proprii, filtrare, metodă de corecție, temperatura

1. Introducere

Cercetările prezentate în lucrarea [12] arată că modificarea condițiilor de exploatare sau variația factorilor de mediu determină modificări esențiale ale comportamentului dinamic al structurilor reale. Aceste modificări sunt evidențiate prin diferențele înregistrate între

valorile parametrilor caracteristici ai comportamentului dinamic al unei structuri reale, măsurate la un moment dat și valorile determinate pentru o stare inițială, numită stare de referință. Pentru ca valorile "parametri caracteristici" măsurate la un moment dat să poată fi utilizate în procesele de monitorizare a structurilor reale este necesară prelucrarea acestora. Ideal este să se poată elimina modificările determinate de variația factorilor perturbatori externi și să păstreze doar modificările determinate de eventuala apariție sau evoluție a defectului. Acest proces de prelucrare a datelor va fi denumit în continuare proces de filtrare. Elaborarea algoritmilor de filtrare presupune analiza modului în care variația factorilor externi influențează comportamentului dinamic al structurilor.

În plus, cercetări prezentate în literatura de specialitate, vezi [5], concluzionează că în cazul structurilor reale pot să apară deviații ale comportamentului dinamic cauzate de imperfecțiunile sistemului, de tipul neomogenității materialului, devierea structurii de la forma geometrică ideală etc. Modificările valorilor parametrilor caracteristici ai comportamentului dinamic al unei structuri reale datorate acestor imperfecțiuni nu pot fi determinate analitic și eliminate. Acest fapt conduce, chiar și pentru valorile filtrate, la obținerea unor rezultate neutilizabile în procesele de monitorizare, deoarece nu se pot separa modificările produse de un defect de cele produse de imperfecțiunile sistemului. Din acest motiv se impune corectarea valorilor filtrate pe baza determinărilor experimentale efectuate pentru starea de referință.

În această lucrare vom prezenta un algoritm de filtrare completat de o metoda de corectare a valorilor frecvențelor proprii filtrate ale grinzii dublu încastrate supusă influențelor variației temperaturii, pe baza cercetărilor prezentate de autor în teza sa de doctorat [8].

2. Modificările comportamentului dinamic datorate diferențelor de temperatură

Grinzile supuse variațiilor de temperatură suportă fenomene de dilatare sau contracție în funcție de sensul în care variază temperatura în jurul valorii de referință. Dacă modul de rezemare permite deplasări pe direcție axială, grinzile suferă doar modificări dimensionale. În cazul în care deplasările în rezeme sunt împiedicate sau limitate, dilatările sau contracțiile induc în grindă forțe axiale, care influențează comportamentul dinamic al acestora. Valorile forțelor axiale induse sunt egale cu cele ale reacțiunilor din rezeme. În anumite cazuri de rezemare reacțiunile pot fi determinate de forțele de frecare sau de forțele de natură elastică care se opun deplasărilor.

Pentru elaborarea algoritmului de filtrare este necesar să determinăm relațiile care guvernează modificările valorilor frecvențelor proprii odată cu variația temperaturii prin intermediul forțelor axiale induse. În lucrările [6], [8] și [13] este analizat comportamentul dinamic al grinzii încastrate la ambele capete sub influența variațiilor de temperatură, pornind de la ipoteza că reazemele împiedică în totalitate deplasările axiale. Formula de calcul a valorilor frecvențelor proprii exprimată în funcție de valoarea de referință $f_i(T_0) = f_{i-ref,1}$, temperatura de referință T_0 , temperatura pentru care este determinată T , aria secțiunii transversale A , coeficientul de dilatare liniară α și valoarea caracteristică de flambaj λ_{if} , determinată în cadrul acestor cercetări poate fi scrisă sub forma:

$$f_i(T) = f_i(T_0) \sqrt{1 - \frac{A\alpha(T - T_0)l^2}{I\lambda_{if}^2}} \quad (1)$$

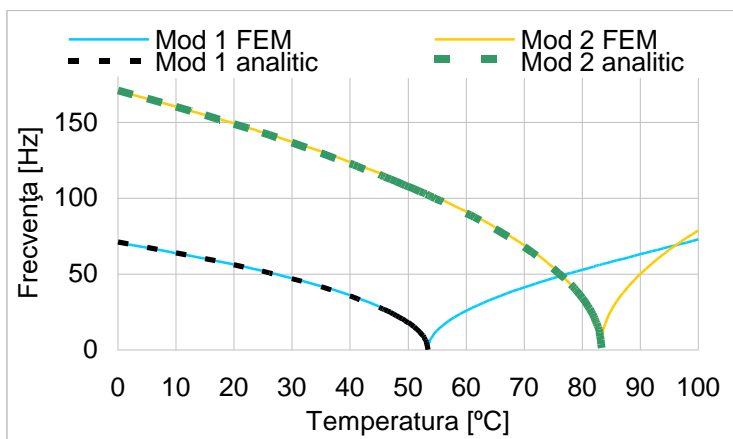


Fig. 1 Evoluția valorilor frecvențelor proprii ale modurilor 1 și 2 determinate FEM și analitic

În figura 1 sunt reprezentate grafic, în funcție de temperatură, valorile frecvențelor proprii ale unei grinzi dublu încastrate cu lungimea de 1 m, lățimea de 0,05 m și înălțimea de 0,01 m, confecționată din oțel carbon marca OL37, determinate analitic cu formula (1) și prin FEM. Din această reprezentare grafică observăm că valorile determinate prin cele două metode de calcul au aceeași evoluție până la valorile critice ale temperaturii, valori după care formula analitică nu mai poate fi utilizată.

Din analiza documentației de specialitate și în urma cercetărilor experimentale efectuate s-a evidențiat faptul ca sistemele reale nu împiedică în totalitate deplasările axiale. În această lucrare vom analiza cazul grinzii încastrate la ambele capete, cu reazeme elastice.

3. Modificările comportamentului dinamic datorate diferențelor de temperatură și elasticității reazemelor

Dacă asupra unui sistem elastic acționăm cu o forță, acesta se deplasează sub acțiunea ei și răspunde cu o reacțiune a cărei valoare este proporțională cu deplasarea. Sistemul elastic ajunge în echilibru static atunci când reacțiunea este de valoare egală cu forța care o determină. Starea de echilibru static este definită de valoarea forței exterioare N , valoarea constantei elastice a sistemului k și de valoarea totală a deplasării sistemului sub acțiunea forței exterioare Δl . Acest sistem poate fi constituit de un element al unei grinzi cu zăbrele, prezentat în figura 2.

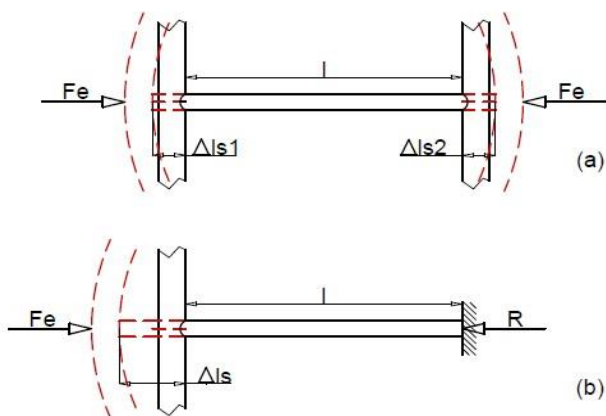


Fig. 2 Element al grinzii cu zăbrele aflat în echilibru static determinat de forțele axiale datorate variațiilor de temperatură și reacțiunile elastice ale sistemului

Elementul din figura 2.a se află în echilibru static determinat de forța axială N indusă în element de variația temperaturii cu ΔT și reacțiunile elastice ale sistemului F_e . Ecuația de echilibru este $F_e=N$, unde $F_e=k_1\Delta l_1=k_2\Delta l_2$, k_1 și k_2 sunt constantele elastice ale sistemelor de susținere a celor două reazeme, iar Δl_1 și Δl_2 sunt valorile deplasării celor două reazeme ca urmare a dilatărilor sau contracțiilor elementului

din poziția inițială corespunzătoare stării de referință până la stabilirea echilibrului static dat de $F_e=N$.

Modelarea acestui sistem este laborioasă datorită faptului că cele două deplasări sunt greu de separat în cazul unor măsurători pe structuri reale. Datorită faptului că forțele elastice variază liniar odată cu deplasările vom modela sistemul prezentat în figura 2.b., în care este luată în considerare deplasarea cumulată a celor două reazeme. Pentru modelarea acestui sistem este suficient să se determine valoarea totală a deplasărilor notată Δl_s și intervalul de variație a temperaturilor care o determină, notat ΔT . Pornind de la ecuația de echilibru $F_e=N$ și utilizând relațiile cunoscute care corelează deplasările cu diferențele de temperatură prin intermediul caracteristicilor dimensionale și fizice ale elementului analizat am dedus formula de calcul a valorilor frecvențelor proprii pentru grinda analizată, în funcție de deplasarea sistemului Δl_s și ΔT care o determină, relația:

$$f_i(\Delta l_s(\Delta T), \Delta T) = f_{i-ref} \sqrt{1 - \frac{A\alpha l(\alpha l \Delta T - \Delta l_s(\Delta T))}{I\lambda_i^2}} \quad (2)$$

Această formulă stabilește relații de dependență între valorile frecvențelor proprii și variațiile temperaturii prin intermediul unor parametri ușor de determinat experimental. Formula se va dovedi utilă și atunci când va fi pusă problema inversă, de filtrare a datelor măsurate astfel încât acestea să păstreze doar influențele produse de eventualul defect.

Pentru a elabora un algoritm de filtrare a datelor este necesar să se cunoască mecanismele prin care factorii perturbatori influențează valorile parametrilor comportamentul dinamic al structurii monitorizate sensibili la defect. Formula propusă pentru filtrare, care translatează valorile măsurate către valorile de referință prin eliminarea efectelor variațiilor temperaturii este:

$$f_{i \rightarrow ref}(\Delta l_s(\Delta T), \Delta T) = \frac{f_{i-max}(\Delta T)}{\sqrt{1 - \frac{A\alpha l(\alpha l \Delta T - \Delta l_s(\Delta T))}{I\lambda_i^2}}} \quad (3)$$

Relația permite eliminarea influențelor variațiilor de temperatură fără a influența modificările determinate de eventuala apariție sau evoluție a defectului, dar rezultatele obținute pot fi viciate de influențele imperfecțiunilor sistemului, abateri dimensionale, neomogenitatea materialului, deficiențe de reazeme. Relația poate fi aplicată și în cazul în care reazemele împiedică în totalitate deplasările.

4 Corectarea valorilor filtrate

Analiza comportamentului dinamic al grinzii dublu încastrate (cu caracteristicile prezentate în secțiunea 3) în medii cu temperaturi variabile, evidențiază că valorile frecvențelor proprii determinate analitic și FEM au evoluții diferite pentru valori ale temperaturii cuprinse în intervale apropiate valorilor critice [8]. Aceste diferențe se pot observa în figura 3.

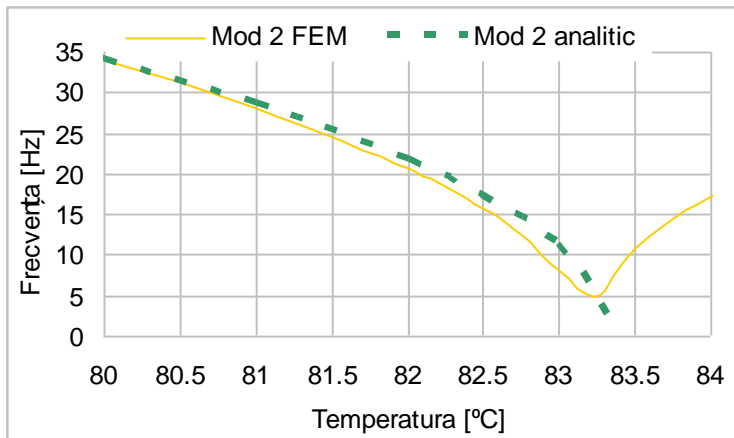


Fig. 3 Prezentarea intervalului de temperaturi pentru care valorile frecvențelor proprii ale modului 2 determinate prin cele două metode înregistrează abateri semnificative

Diferențele înregistrate între valorile frecvențelor proprii determinate prin cele două metode pentru aceeași valoare a temperaturii se vor regăsi în valorile filtrate. Aceste diferențe pot masca modificările produse de eventualul defect. Din acest motiv este necesar ca valorile filtrate să fie corectate.

Pentru realizarea corecției se propune adaptarea formulei analitice de filtrare (3) la comportamentul dinamic specific al grinzii reale prin introducerea unor factori de corecție notați $C_i(\Delta T)$. Formula care permite obținerea valorilor filtrate corectate este:

$$f_{i \rightarrow ref}(\Delta l_S(\Delta T), \Delta T) = \frac{f_{i-mas}(\Delta T)}{\sqrt{1 - \frac{A\alpha l(\alpha l \Delta T - \Delta l_S(\Delta T))}{I\lambda_i^2}}} + C_i(\Delta T) \quad (4)$$

Lucrarea [8] prezintă următoarele metode de determinare a valorilor factorilor de corecție:

A. Prin diferență între valoarea frecvenței la temperatura de referință și valorile filtrate care au ca sursă frecvențele proprii pentru diferite valori ale temperaturii. Conform acestei metode factorul de corecție corespunzător frecvenței unui mod de vibrație la o anumită valoare a modificării temperaturii ΔT este obținut ca diferență între valoarea frecvenței modului respectiv la temperatura de referință și valoarea filtrată a frecvenței modului respectiv de vibrație care are ca sursă frecvența proprie achiziționată pentru starea de referință la valoarea respectivă a lui ΔT . Valoarea filtrată se determină din ecuația obținută în urma aproximării curbei de variație a valorilor filtrate ale frecvențelor proprii care caracterizează starea inițială a grinzii pe tot intervalul de temperaturi analizat. Expresia generalizată a factorului de corecție astfel determinat este de forma:

$$C_i(\Delta T) = f_{i-in.ref}(\Delta T) - f_{i-in.fil}(\Delta T) \quad (5)$$

în care $f_{i-in.fil}(\Delta T)$ reprezintă valoarea filtrată a frecvenței proprii determinată pentru starea inițială la o valoare ΔT .

Modelul pentru determinarea factorilor de corecție este prezentat în figura 4. În acest grafic sunt reprezentate curbele de variație a valorilor frecvențelor proprii corespunzătoare modului 3 de vibrație ale grinzii cu caracteristicile prezentate, determinate pentru temperaturi cuprinse în intervalul $0^\circ\text{C} - 75^\circ\text{C}$.

Ecuația obținută în urma aproximării curbei de variație a valorilor filtrate ale frecvențelor proprii care caracterizează starea inițială a grinzii pe tot intervalul analizat este următoarea:

$$f_{3-in.fil}(\Delta T) = -2 \cdot 10^{-7} \Delta T^4 + 3 \cdot 10^{-7} \Delta T^3 - 8 \cdot 10^{-4} \Delta T^2 - 0,6936 \Delta T + 281,2 \quad (6)$$

Dacă înlocuim relația (6) în relația (5) obținem formula de calcul a valorilor factorilor de corecție pentru frecvențele filtrate care corespund modului 3 de vibrație a grinzii studiate, pentru orice valoare ΔT cuprinsă în intervalul monitorizat, caracteristică acestei metode, dată de expresia:

$$C_3(\Delta T) = f_{3-in.ref}(T_0) - f_{3-in.fil}(\Delta T) = f_{3-in.ref}(T_0) - (-2 \cdot 10^{-7} \Delta T^4 + 3 \cdot 10^{-7} \Delta T^3 - 8 \cdot 10^{-4} \Delta T^2 - 0,6936 \Delta T + 281,2) \quad (7)$$

B. Ca diferență pentru o ordonată ΔT între valoarea funcției approximate a variației valorilor frecvențelor determinate cu relația (3) care caracterizează evoluția impusă de factorul analitic valorilor frecvenței unui mod de vibrație în jurul valorii de referință pe un interval de temperaturi dat și valoarea funcției de aproximare a curbei reale de variație a valorilor frecvențelor proprii determinată experimental (FEM) pentru aceeași valoare ΔT . Expresia generalizată a factorului de corecție astfel determinat este de forma:

$$C_i = f_{i-in.A}(\Delta T) - f_{i-in.mas}(\Delta T) \quad (8)$$

în care $f_{i-in.A}(\Delta T)$ este valoarea frecvenței proprii a modului i de vibrație determinată analitic cu relația (3) în funcție de valoarea măsurată (FEM) pentru starea de referință la temperatura T_0 , pentru o valoare ΔT .

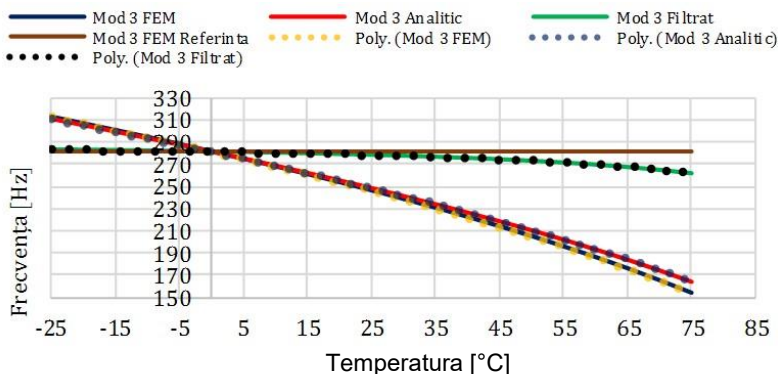


Fig. 4 Model pentru determinarea valorilor factorilor de corecție prin diferență

Ecuțiile obținute în urma aproximării curbelor de variație a valorilor frecvențelor proprii determinate analitic cu relația (3) și FEM sunt date de relațiile (9), respectiv (10).

$$f_{3-in.A}(\Delta T) = -2 \cdot 10^{-7} \Delta T^6 + 7 \cdot 10^{-10} \Delta T^5 - 8 \cdot 10^{-9} \Delta T^4 - 1 \cdot 10^{-5} \Delta T^3 - 0,0027 \Delta T^2 - 1,2286 \Delta T + 281,2 \quad (9)$$

$$f_{3-in.mas}(\Delta T) = -1 \cdot 10^{-11} \Delta T^6 + 3 \cdot 10^{-10} \Delta T^5 - 9 \cdot 10^{-8} \Delta T^4 - 1 \cdot 10^{-5} \Delta T^3 - 0,0032 \Delta T^2 - 1,3128 \Delta T + 281,2 \quad (10)$$

Prin înlocuirea relațiilor (9) și (10) în relația (8) obținem formula de calcul a valorilor factorilor de corecție pentru frecvențele filtrate

corespunzătoare modului 3 de vibrație a grinzii studiate, pentru orice valoare ΔT cuprinsă în intervalul monitorizat, caracteristică acestei metode, de forma:

$$C_3(\Delta T) = -1 \cdot 10^{-11} \Delta T^6 + 4 \cdot 10^{-10} \Delta T^5 + 1 \cdot 10^{-8} \Delta T^4 + 5 \cdot 10^{-4} \Delta T^6 + 0.0896 \Delta T \quad (11)$$

4. Concluzii

■ În această lucrare s-a prezentat deducerea formulei de calcul a valorilor frecvențelor proprii ale grinzii încastrate la ambele capete în funcție de diferențele de temperatură și elasticitatea reazemelor. Pe baza acestei formule a fost dezvoltat un algoritm de filtrare a valorilor frecvențelor proprii în scopul eliminării modificărilor produse de variația temperaturii.

■ Cercetările efectuate au arătat că valorile frecvențelor proprii determinate prin alte metode (FEM sau experimental) pot avea o evoluție diferită pe intervalul de temperaturi analizat comparativ cu valorile determinate analitic cu formula dedusă. Aceste diferențe se răsfrâng asupra rezultatelor procesului de filtrare, care pot suporta erori considerabile.

■ Pentru limitarea erorilor de filtrare, în scopul obținerii unor date viabile necesare proceselor de monitorizare s-a dezvoltat un algoritm de corectare prin aplicarea căruia s-a obținut o reducere a erorilor de filtrare a valorilor frecvențelor proprii ale grinzii cu caracteristicile prezentate anterior, determinate FEM, de la un maxim de aproximativ 25 % la 0,46 %.

Mulțumiri

Rezultatele prezentate în acest articol au fost obținute cu sprijinul Ministerului Fondurilor Europene prin Programul Operațional Sectorial Dezvoltarea Resurselor Umane 2007-2013, Contract nr. POSDRU/159/1.5/S/132395.

BIBLIOGRAFIE

1. Bejan, M., *Rezistența materialelor*, vol. I, Editura AGIR, București, Editura MEGA, Cluj Napoca, 2004.
2. Bejan, M., *Rezistența materialelor*, vol. II, Editura AGIR, București, Editura MEGA, Cluj Napoca, 2004.
3. Bratu, P., *Vibrațiile sistemelor elastice*, Editura Tehnică, București, 2000.

4. Bratu, P., *Analiza structurilor elastice - Comportarea la acțiuni statice și dinamice*, Editura Impuls, 2011.
5. Doleček, V., Isić, S., Voloder, A., *An Analysis of Beam Elongation Influence to Postbuckling Displacements under Displacement Dependent Axial Force*, *Mechanika*, 2009, Nr.4(78).
6. Furdui, H., Muntean, F., Minda, Andreea-Amalia, Praisach, Z.I., Gillich, N., *The influence of operational and environmental loads on the process of assessing damages in beams*, 11th International Conference on Damage Assessment of Structures (DAMAS 2015), 24-26 august 2015, Ghent, Belgium, *Journal of Physics: Conference Series*, Vol. 628/2015, 012021.
7. Furdui, H., Minda, Andreea-Amalia, Gillich, G.R., Muntean, F., *Critical Buckling Force Variation for Beams with Discontinuities*, *Analele Universității Eftimie Murgu din Reșița*, Anul XXII, NR. 2, 2015, pp128-137.
8. Furdui, H., *Contribuții privind influența sarcinilor operaționale și de mediu asupra detectării defectelor în grinzi*, Teza de doctorat, Universitatea „Eftimie Murgu” din Reșița, 2016.
9. Gillich, G.R., Praisach, Z.I., Wahab, M.A., Furdui, H., *A new modal based damage location indicator*, ISMA 2014, 15-17 septembrie 2014, Leuven, Belgium.
10. Gillich, G.R., Praisach, Z.I., Amariei, D., *A Method to Detect and Assess Damage in Beams Based on Frequency Changes*, The Eleventh International Conference on Computational Structures Technology, Paper 77, 2012.
11. Gillich, G.R., Praisach, Z.I., *Detection and Quantitative Assessment of Damages in Beam Structures Using Frequency and Stiffness Changes*, *Key Engineering Materials*, Vol.569, pp. 1013-1020, 2013.
12. Sohn, H., *Effects of Environmental and Operational Variability on Structural Health Monitoring*, *Phil. Trans. R. Soc. A* (2007) 365, pp. 539–560.
13. Tufoi, M., Gillich, G.R., Praisach, Z.I., Iancu, V., Furdui, H., *About the Influence of Temperature Changes on the Natural Frequencies of Clamped-Clamped Euler-Bernoulli Beams*, *Romanian Journal of Acoustics and Vibration* Vol.XI/2/2014, pp. 84-87.

Drd.Ing. Horia FURDUI
Universitatea „Eftimie Murgu” din Reșița
e-mail: hfurdui@yahoo.com

Dr. mat. Andreea Amalia MINDA
Universitatea „Eftimie Murgu” din Reșița
e-mail: a.minda@uem.ro

Prof.Univ.Dr.Ing.Ec. Gilbert-Rainer GILLICH
Director CSUD,
Universitatea „Eftimie Murgu” din Reșița, membru AGIR
e-mail: gr.gillich@uem.ro