



A XVIII-a Conferință internațională – multidisciplinară  
„Profesorul Dorin Pavel – fondatorul hidroenergeticii românești”  
CLUJ NAPOCA, 2018

## **MODELAREA FENOMENELOR VIBRATORII LA SOLICITĂRI DINAMICE DE CONTACT ÎN RULMENȚII RADIALI**

Tiberiu MĂNESCU, Tiberiu Ștefan MĂNESCU, Vasile IANCU

### **THE FLATTENING OF THE SPIRAL CASING SHELLS USING THE SOLIDWORKS SHEET METAL MODULE**

The vibratory phenomena of bearings even appear even their surfaces are perfect. These vibrations are caused by the rotation of a finite number of rollers required between the two rings. Obviously, depending on the processing conditions, certain irregularities may occur. These irregularities lead to a series deviations from the normal contact between the rollers and the bearing rings. Two models of radial vibration: oval and triangular were studied.

Keywords: radial vibration, undulation, imperfections, stiffness  
Cuvinte cheie: vibrație radială, ondulație, imperfectiuni, rigiditate

#### **1. Introducere**

În condițiile unui contact elastic rigiditățile rulmenților sunt niște funcții explicite de timp.

Variația rigidității în timp a rulmenților conduce la apariția vibrațiilor chiar în absența unor sarcini exterioare.

Întrucât rigiditatea poate fi privită ca un sistem parametric, mărimile variabile ale acesteia formează ceea ce denumim parametri de excitație.

Aceștia reprezintă unele dintre cele mai importante surse de vibrații ale rulmenților.

## 2. Imperfecțiunile care pot apărea în rulmenți

Imperfecțiunile tipice care cauzează aceste fenomene sunt undulațiile (waviness). Ondulațiile constau din imperfecțiuni aproximativ de formă sinusoidală care există pe suprafețele de contact figura 1. În cazul rulmenților amplitudinile acestor ondulații sunt foarte mici, de ordinul nanometrilor.

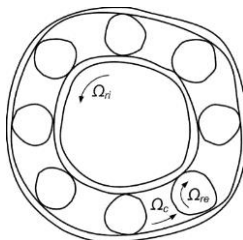


Fig. 1 Ondulațiile suprafețelor de contact

Modurile de vibrație ale inelelor pot fi prin extensie figura 2 a sau ca și un corp rigid figura 2 b.

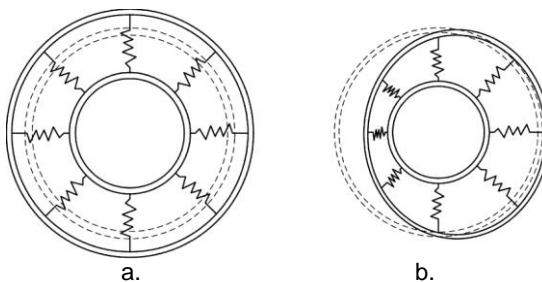


Fig. 2 Modurile de vibrație ale inelelor

Aceste moduri de vibrație sunt determinate de numărul elementelor de rostogolire și de numărul undelor de imperfecțiuni.

Modul prin extensie este însoțit de obicei de modelul specific unui corp rigid pe direcția axială.

Imperfecțiunile cu diferite numere de undă conduc la oscilații cu frecvențe diferite, fiecare fiind-i caracteristic un anumit mod de vibrație.

În figura 3 sunt indicate două moduri de vibrație radială a inelului interior și exterior respectiv: modul oval și modul triunghiular.

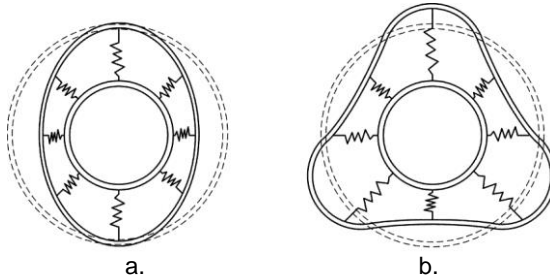


Fig. 3 Moduri de vibrație radială a inelului exterior

Predicția acestor vibrații impune o descriere cât mai completă a profilului undulațiilor pe întreaga circumferință a fiecărui element de rostogolire cu ajutorul unor senzori speciali de deplasare. Pe această bază se construiesc așa zisele profilograme în coordonatele: lungimea circumferinței și adâncimile înălțimile undulațiilor **Eroare! Fără sursă de referință..** Pe baza acestora se obțin parametrii topografici specifici suprafețelor. Pentru fiecare adâncime a undulațiilor se face apoi o dezvoltare în serii Fourier.

În figura 4 este prezentat un exemplu care indică densitatea spectrală de putere pentru o singură adâncitură. Din această figură rezultă că pentru numere de undă de pe circumferință mai mari decât zece, amplitudinea are o tendință de scădere liniară.

Pentru o singură adâncitură, deviația  $W$  față de geometria perfectă se poate scrie sub forma:

$$W(\theta) = \sum_{n=1}^{\infty} \frac{A}{n^s} \cos(n\theta + \varphi n) \quad (1)$$

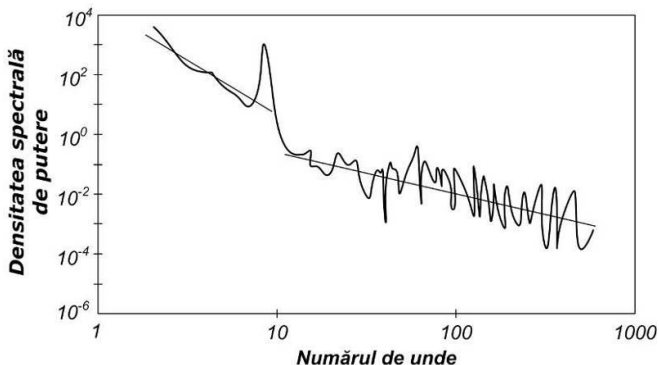


Fig. 4 Densitatea spectrală de putere pentru o singură adâncitură

Parametrul  $A$  este egal cu mărimea primei armonici. Exponentul  $s$  ia în considerare micșorarea amplitudinii pentru subsecvențele numere de undă. Faza  $\varphi_n$  se consideră uniform distribuită în afara intervalului  $[0, 2\pi]$ . Parametrul  $A$  este de fapt o mărime variabilă statistică. Probabilitatea distribuției mărimii aleatoare  $A$  se bazează pe o distribuție de tip Rayleigh restricționată la valori pozitive.

În general distribuția Rayleigh a unei variabile aleatoare  $x$  este definită pe baza funcției densității de probabilitate  $p$  sub forma:

$$p(x, \alpha) = \begin{cases} 2\alpha x e^{-\alpha x^2} & \text{pentru } x > 0, \alpha > 0 \\ 0 & \text{pentru } x < 0 \end{cases} \quad (2)$$

Distribuția Rayleigh indicată în figura 5 poate fi obținută dintr-o distribuție normală.

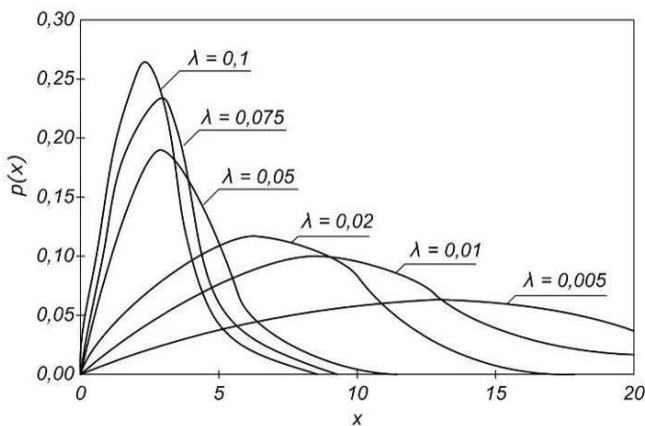


Fig. 5 Distribuția Rayleigh

Dacă două variabile aleatoare  $X$  și  $Y$  se caracterizează prin distribuții normale și  $Q$  este definit sub forma:  $Q = X^2 + Y^2$ , atunci  $Q$  are o distribuție Rayleigh cu  $\sigma_x^2 = \sigma_y^2 = (2\alpha)^{-1}$ .

Pentru  $\alpha = 0,5$  ecuația (3) se reduce la o distribuție Rayleigh standard. Pentru fiecare număr de undă,  $n$ , trebuie generată o nouă valoare a parametrului  $A$ .

Parametrul  $\alpha$  este determinat pe baza măsurătorilor suprafețelor în contact.

Majoritatea numerelor de ordine ale excitației generate de rulmenți pot fi ușor evidențiate în spectrul vibrației. O analiză a vibrațiilor generate de bilele de rulment este dată în lucrarea lui J. A. Wensing [1].

Pentru calculul frecvențelor excitațiilor inelului interior, a inelului exterior și a bilelor se introduc notațiile:

$\Omega_{ir}$  – viteza unghiulară a inelului interior;

$\Omega_c$  – viteza unghiulară a coliviei;

$\Omega_{re}$  – viteza unghiulară a roților sau bilelor;

$q \geq 0$  – parametru care indică armonicile corespunzătoare frecvenței la trecerea bilelor;

$Z$  – numărul total de elemente de rulare;

$K \geq 0$  – parametru care ia în considerare modul de vibrație a inelelor rulmentului. În aceste condiții se obțin următoarele frecvențe [2]:

Numărul de unde al Inelul interior este dat de ecuația:

$$n = qZ \pm K \quad (3)$$

iar frecvența excitației unghiulare va fi:

$$\omega = qZ(\Omega_{ir} - \Omega_c) \pm K\Omega_{ir} \quad (4)$$

Numărul de unde al Inelul exterior este dat de ecuația:

$$n = qZ \pm K \quad (5)$$

iar frecvența excitației unghiulare este:

$$\omega = qZ\Omega_c \quad (6)$$

Bilele rulmentului, pentru numărul de unde  $n = 2q$ , frecvența excitației unghiulare devine:

$$\omega = qZ\Omega_c \pm K\Omega_c, K \neq qZ \pm 1 \quad (7)$$

### 3. Concluzii

Vitezele de rotație ale inelului interior, a coliviei și a elementelor de rulare sunt diferite. Rezultă că inelul interior, inelul exterior și undațiile bilelor generează vibrații cu frecvențe distincte. Frecvențele

de excitație sunt proporționale cu viteza de rotație a arborelui. Raportul dintre frecvența de excitație și frecvența arborelui formează ceea ce se numește *ordinul excitației*.

## **Mulțumiri**

Rezultatele prezentate în acest articol au fost obținute cu sprijinul Ministerului Fondurilor Europene prin Programul Operațional Sectorial Dezvoltarea Resurselor Umane 2007-2013, Contract nr. POSDRU/159/1.5/S/132395.

## **BIBLIOGRAFIE**

- [1] Wensing, J.A., *On the Dynamics of Ball Bearings*, PhD Thesis, University of Twente, Enschede the Netherlands, 1998.
- [2] Williams, J., Dwyer-Joyce, R.S., *Contact between solid surfaces*, In: Modern Tribology Handbook, B. Bhushan Ed., 2001.
- [3] Gillich, G.-R., *Dinamica mașinilor. Modelarea sistemelor termice*, Editura AGIR, București, 2003.

Șef lucr. Dr. Ing. Tiberiu MĂNESCU  
Universitatea „Aurel Vlaicu” din Arad  
membru AGIR  
e-mail: manescu.tiberiu@gmail.com

Prof. univ. Dr. Ing. Tiberiu Ștefan MĂNESCU  
Universitatea „Eftimie Murgu” din Reșița  
membru AGIR  
e-mail: mts.tibi@yahoo.com

Șef lucr. Dr. Ing. Vasile IANCU  
Universitatea „Eftimie Murgu” din Reșița  
președinte Sucursala AGIR Caraș-Severin  
e-mail: v.iancu@uem.ro