



A XVIII-a Conferință internațională – multidisciplinară
„Profesorul Dorin Pavel – fondatorul hidroenergeticii românești”
CLUJ NAPOCA, 2018

DETERMINAREA PE CALE ANALITICĂ A FRECVENȚELOR DE VIBRAȚIE NATURALĂ A UNEI JANTE ȘI CERCETĂRI ALE ASPECTELOR LEGATE DE INFLUENȚA ACESTORA ASUPRA INTEGRITĂȚII STRUCTURII

Dan Alexandru George ROZOR

ANALYTICAL DETERMINATION OF NATURAL FREQUENCIES VIBRATION OF A RIM AND RESEARCH ON THE ASPECTS OF THEIR INFLUENCE ON THE STRUCTURE INTEGRITY

This scientific and technical paper, outlines the studies made on vibrations aspects in correlation with exploitation of a wheel rim. Rims are critical components of the vehicle wheel. The wheel is a device that enables efficient movement of an object across a surface by rotating itself on that surface. To find the natural frequencies and stiffness a model is designed using commercial software SOLIDWORKS and the factors are estimated by commercial analysis software ANSYS Workbench. The present work deals with analysis of an aluminium alloy wheel rim subjected to vertical load, air pressure, damping factor and stiffness of material under various condition are found(different centrifugal speeds that corresponds to different speeds of vehicle).

Keywords: rim, vibration, vehicle, frequencies, resonance
Cuvinte cheie: jantă, vibrație, vehicul, rezonanță

1. Introducere

Determinarea frecvențelor și a nodurilor proprii de vibrație ale componentelor mecanice ale autovehiculelor se poate realiza prin

intermediul analizei modale. Frecvențele naturale și modurile de vibrație sunt parametri foarte importanți pentru faza de proiectare deoarece furnizează informații despre comportarea în regim dinamic a structurilor analizate [6].

Analiza modală în cadrul programului ANSYS este o analiză liniară. Orice neliniaritate, cum ar fi plasticitatea și elementele de contact este ignorată, chiar dacă este definită [6].

Soluția modală se obține în urma unei analize modale care constă în parcurgerea următoarelor etape:

- construcția modelului;
- aplicarea încărcărilor și obținerea soluției prin analiza structurală cu scopul verificării;
- expandarea modurilor;
- vizualizarea rezultatelor.

Ecuția de baza rezolvată într-o analiză modală neamortizată tipică pentru programul ANSYS este dată de problema clasică a valorilor proprii [6]:

$$[K] = \omega_i^2 [M]; \quad (1)$$

unde

- $[K]$ este matricea de rigiditate;
- i este vectorul de formă (vectorul propriu) al modului i ;
- ω_i este frecvența naturală a modului i (ω_i^2 este valoarea proprie);
- $[M]$ este matricea maselor.

Dintre metodele de rezolvare a acestei ecuații, în cadrul programului ANSYS, se va utiliza în cadrul acestei lucrări metoda vectorilor Lanczos.

Componenta mecanică studiată în această lucrare este considerată independentă, fără legături mecanice. S-a abordat această manieră de calcul deoarece modelarea elementelor conexe ar conduce la dimensiuni mari ale modelelor cu elemente finite, ceea ce ar avea efect negativ asupra acurateții rezultatelor.

Astfel, se va realiza analiza modală a componentei mecanice (a jantei) cu condiții la limită conforme cu realitatea, cu scopul de a obține indicii asupra apariției fenomenului de rezonanță [6].

Mișcarea unui sistem cu un singur grad de libertate dinamică sub acțiunea unei forțe dinamice $p(t)$ este descrisă de ecuația:

$$m\ddot{u} + c\dot{u} + ku = p(t) \quad (2)$$

. În cazul vibrațiilor libere neamortizate forța perturbatoare lipsește $p(t) = 0$, la fel și amortizarea ($c = 0$). Astfel, ecuația de mișcare devine [3]:

$$m\ddot{u} + ku = 0 \quad (3)$$

Vibrațiile libere apar ca urmare a scoaterii sistemului din echilibru, prin aplicarea masei unei deplasări inițiale $u(0)$ sau a unei viteze inițiale la timpul zero, definit ca și timpul în care este inițiată mișcarea [3]:

$$u = u(o) \quad \dot{u} = \dot{u}(0) \quad (4)$$

Folosind metoda clasică de rezolvare, soluția ecuației diferențiale omogene folosind condițiile inițiale este [3]:

$$u(t) = u(o)\cos\omega_n t + \frac{\dot{u}(0)}{\omega_n}\sin\omega_n t \quad (5)$$

unde s-a folosit notația:

$$\omega_n = \sqrt{k/m} \quad (6)$$

Timpul în care un sistem cu un singur grad de libertate dinamică efectuează un ciclu complet de oscilații libere neamortizate se numește perioadă proprie de vibrație, se notează cu T_n și se măsoară în secunde. Relația dintre aceasta și frecvența circulară proprie (sau pulsația proprie de vibrație), care se măsoară în radiani pe secundă este [3]:

$$T_n = \frac{2\pi}{\omega_n} \quad (7)$$

Frecvența proprie de vibrație f_n reprezintă numărul de oscilații complete pe care îl efectuează sistemul într-o secundă, se măsoară în Hz și este dată de următoarele relații [3]:

$$f_n = \frac{1}{T_n} \quad (8)$$

$$f_n = \frac{\omega_n}{2\pi}$$

2. Metodologia studiului

Studiul demarat prin lucrarea de față constă în analiza numerică modală a unei jante folosindu-se o analiză liniară. În general analiza modală se referă la metoda de calcul analitică sau experimentală folosită pentru determinarea frecvențelor și formelor modale ale structurii.

Metodologia de lucru cuprinde următoarele etape:

- realizarea modelului CAD în programul Solidworks;
- importarea în software-ul de analiză cu element finit Ansys;
- simplificarea suprafețelor modelului;
- stabilirea caracteristicilor materialului;
- setarea datelor de inițializare;
- discretizarea componentei mecanice și optimizarea acesteia;
- stabilirea cazurilor analizate și inițializarea datelor de intrare;
- rularea analizei;
- interpretarea rezultatelor.

3. Derularea cercetărilor

Proiectarea 3D a jantei s-a realizat în programul software Solidworks. În figura 1 se pot observa pașii pentru obținerea modelului final, respectând toate restricțiile impuse de SAE(societatea inginerilor de automobile) și ETRTO (Organizația europeană a anvelopelor și a jantelor).

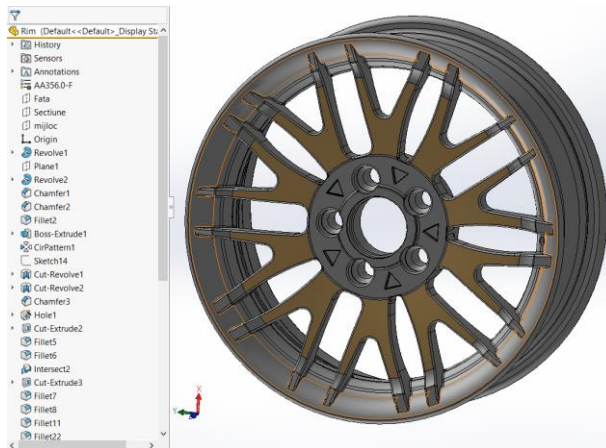


Fig. 1 Modelul virtual al jantei obținut în programul software Solidworks

Diametrul de calare a jantei este de 16 inch iar lățimea ei de 6.5 inch.

Următorul pas a fost importarea în programul software de analiză cu elemente finite Ansys unde s-a definit materialul jantei ținând cont de densitate, modulul de elasticitate longitudinal (modulul

lui Young), coeficientul lui Poisson, limita de elasticitate și limita de rupere. Acești parametri au fost definiți pentru materialul Al 7Si 0.3Mg (A356.0).

Properties of Outline Row 4: Aluminum Alloy				
	A	B	C	D E
1	Property	Value	Unit	
2	Density	2685	kg m ⁻³	
3	Isotropic Secant Coefficient of Thermal Expansion			
6	Isotropic Elasticity			
7	Derive from	Young's Modu...		
8	Young's Modulus	7,24E+10	Pa	
9	Poisson's Ratio	0,33		
10	Bulk Modulus	7,098E+10	Pa	
11	Shear Modulus	2,7218E+10	Pa	
12	Alternating Stress R-Ratio	Tabular		
16	Tensile Yield Strength	3,1E+08	Pa	
17	Compressive Yield Strength	2,8E+08	Pa	
18	Tensile Ultimate Strength	3,1E+08	Pa	
19	Compressive Ultimate Strength	0	Pa	

Fig. 2 Definirea proprietăților materialului jantei

Urmatoarea etapă a fost încărcarea modelului cu încăstrări, forța datorată presiunii aerului din anvelopă, momentul la roată, reacțiunea datorată acțiunii roții asupra căii de rulare și viteza unghiulară a jantei.

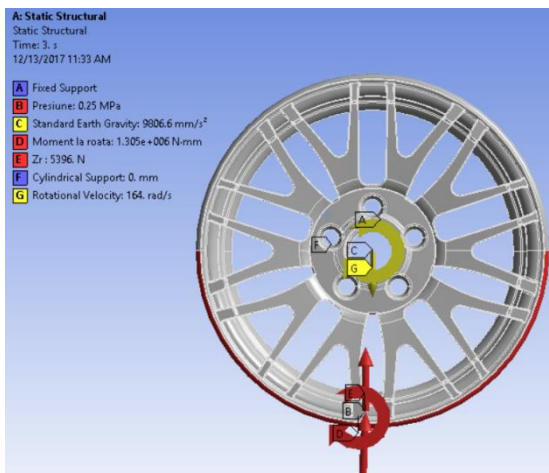


Fig. 3 Încărcarea modelului 3D cu forțe, momente și reazeme

S-au determinat frecvențele naturale de vibrație a jantei, simulând rotirea jantei în timp ce autovehiculul rulează cu vitezele reprezentate în tabelul 1. S-au ales 5 cazuri reprezentând cele mai frecvente

viteze de deplasare a unui autovehicul și viteza maximă impusă prin proiectare.

În fiecare caz analizat s-au determinat 6 frecvențe la care structura mecanică intră în rezonanță în ordine crescătoare, prima fiind determinantă în stabilirea eficienței integrității structurale a jantei.

Tabelul 1 - Cazuri analizate la diferite viteze de deplasare a autovehiculului	
Caz analizat	Viteza unghiulara (rad/s) → km/h
1	66,42 → 55
2	96,61 → 80
3	150,9 → 125
4	217,4 → 180
5	265,7 → 220

Tabelul 2 – Cazul 1 de rulare 66.42 rad/s	
Nr. caz mod de vibrație	Frecvența de rezonanță [Hz]
1	445,36
2	448,92
3	498,04
4	502,39
5	689,83
6	704,14

Tabelul 3 – Cazul 2 de rulare 96.6 rad/s	
Nr. caz mod de vibrație	Frecvența de rezonanță [Hz]
1	444,6
2	449,68
3	497,59
4	502,84
5	689,83
6	704,14

Tabelul 4 – Cazul 3 de rulare 150.9 rad/s	
Nr. caz mod de vibrație	Frecvența de rezonanță [Hz]
1	430,49
2	464,41
3	486,54
4	514,27
5	689,82
6	704,14

Tabelul 5 – Cazul 4 de rulare 217.4 rad/s	
Nr. caz mod de vibrație	Frecvența de rezonanță [Hz]
1	423,33

2	472,23
3	480,71
4	520,54
5	689,81
6	704,15

Tabelul 6 – Cazul 5 de rulare 265.7 rad/s	
Nr. caz mod de vibrație	Frecvența de rezonanță [Hz]
1	418,27
2	476,25
3	478,24
4	525,1
5	689,81
6	704,16

Proprietățile de vibrație proprie ω_n , T_n (perioadă proprie de vibrație) și f_n (frecvența proprie de vibrație) depind doar de masa și rigiditatea structurii, conform ecuațiilor (6) și (7). Odată cu creșterea rigidității unei structuri, perioada proprie de vibrație va scădea, iar frecvența proprie de vibrație va crește. În mod similar, creșterea masei unei structuri conduce la creșterea perioadei proprii de vibrație și scăderea frecvenței proprii de vibrație.

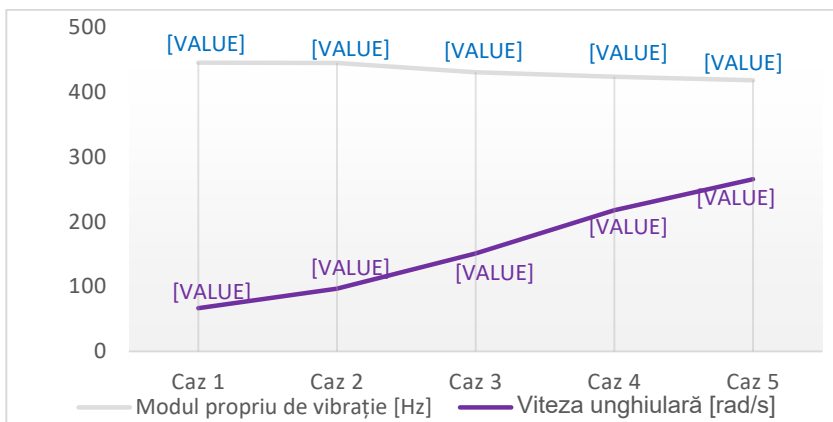


Fig. 4 Variația frecvenței de rezonanță în funcție de viteza unghiulară a jantei - mod 1

Termenul "propriu" folosit în definițiile ω_n , T_n și f_n se referă la faptul că acestea sunt proprietăți ale sistemului, depinzând doar de caracteristicile acestuia [3].

În graficul de mai jos se poate observa cum o dată cu creșterea vitezei unghiulare a jantei ca urmare a creșterii vitezei de deplasare a autovehiculului, modul propriu de vibrații (prima frecvență de rezonanță) scade.

Valorile frecvențelor de rezonanță variază cu sub 10 Hz de la un caz la celălalt datorită modificării structurii. Valoarea acestei

modificări a deplasărilor maxime are valori între 0 și 2 mm, de la un caz la celălalt, ceea ce este confirmat și de relațiile (6) și (7).

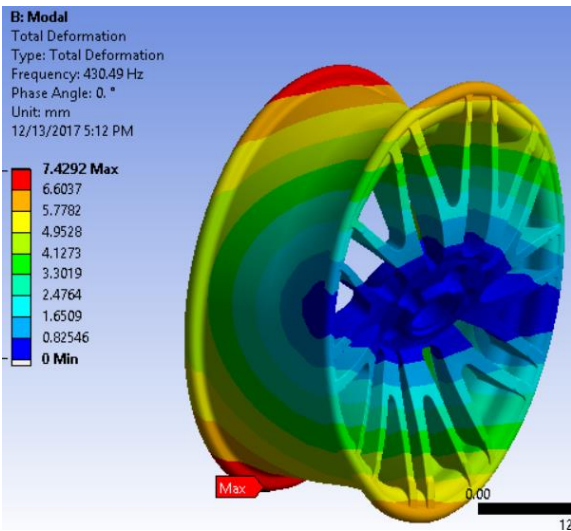


Fig. 5 Deformare exagerată mod 1 de vibrație cazul 4 (180 km/h)

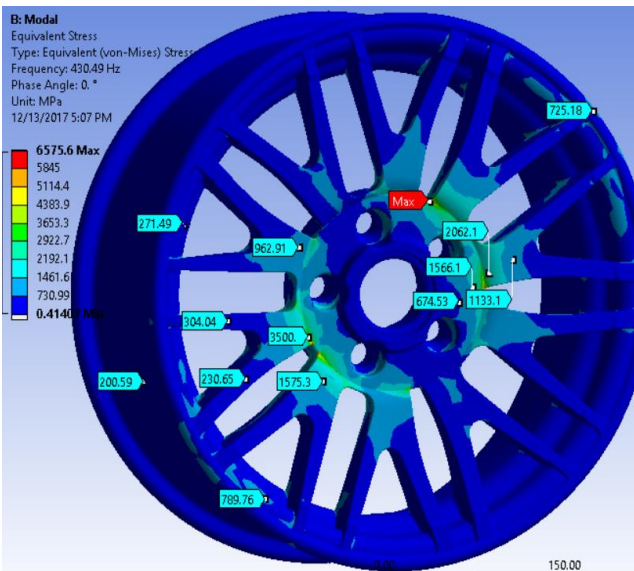


Fig. 6 Starea de tensiuni din jantă mod 1 de vibrație cazul 4 (180 km/h)

Din cazurile analizate se poate observa, în figura 5 și 6, că în plaja de viteze unghiulare analizate a jantei, frecvențele de rezonanță nu scad sub valoarea de 400 de Hz ceea ce e echivalentul a aproximativ 1800 km/h a autovehiculului, viteza care nu se atinge de către turisme.

În cazul în care janta ajunge la rezonanță, în funcție de frecvența la care rezonază, aceasta se deformează față de structura inițială cu pana la 10 mm (valori maxime se regăsesc în cazul modului de rezonanță 1 și 5) cazuri în care tensiunea maximă din piesă ajunge la valoarea 6575 MPa. Ținând cont că rezistența la rupere a materialului este de 310 MPa, în cazul acesta janta se va distruge.

4. Concluzii

- din valorile notate în tabele 1-6 și reprezentările grafice din figura 5 și figura 6, obținute în urma simulărilor reiese faptul că viteza de rotație a jantei în urma căreia aceasta vibrează la frecvența de rezonanță (echivalentul a aproximativ 1800 km/h a autovehiculului) este mult mai mare decât viteza la care aceasta este supusă în timpul exploatării. Acest fapt indică o bună integritate structurală a jantei;

- se poate observa conform figurii variației frecvenței de rezonanță în funcție de viteza unghiulară a jantei (figura 4) că odată cu creșterea vitezei unghiulare a jantei scade frecvența de rezonanță a modurilor de vibrații;

- rezultatele obținute în urma simulărilor atestă posibilitatea introducerii proiectului în ciclul de fabricație dar și dezvoltarea cercetărilor experimentale privitoare la aspectele legate de modul de vibrații a jantei precum și optimizarea acestora din acest punct de vedere;

- modelul soluției tehnice pentru determinarea modurilor de vibrații a unei structuri poate fi implementat inclusiv în cadrul lucrărilor aplicative de laborator (Metoda elementului finit) cu studenții de la diferitele cicluri de studii;

BIBLIOGRAFIE

[1] Filip, N. *Zgomotul la autovehicule*. Editura Todesco, Cluj-Napoca, 2000.

- [2] Francesca Cura and Graziano Curti, *Dynamic and acoustic characterisation of automotive wheels*, Mechanics Department of Politecnico di Torino Torino, Italy, 2004.
- [3] Liviu Bereteu, *Vibrația sistemelor mecanice – note de curs*, 2009;
- [4] * * * Aurel Stratan, *Dinamica sistemelor cu un singur grad de libertate dinamică* – Note de curs, [http://www.ct.upt.ro /users/AurelStratan /dsis/curs02_dsis.pdf](http://www.ct.upt.ro/users/AurelStratan/dsis/curs02_dsis.pdf), 20.15.2017.
- [5] * * * Metode de element finit pentru studiul frecvențelor proprii ale vibrațiilor, <http://www.rasfoiesc.com/inginerie/tehnica-mecanica/METODE-DE-ELEMENT-FINIT-PENTRU26.php>, 15.11.2017.

Dan Alexandru George ROZOR
Departamentul de Autovehicule Rutiere și Transporturi,
Facultatea de Mecanică, Universitatea Tehnică din Cluj-Napoca
e-mail : danrozor@yahoo.com 0799596120