



A XVIII-a Conferință internațională – multidisciplinară
„Profesorul Dorin Pavel – fondatorul hidroenergeticii românești”
CLUJ NAPOCA, 2018

PIERDERILE PE LINIA DE ALIMENTARE A UNUI CONSUMATOR TRIFAZAT LEGAT ÎN TRIUNGHI

Vasile Mircea POPA

THE SUPPLY LINE LOSS OF A THREE-PHASE LOAD IN DELTA CONNECTION

The electrical power system usually operated in a symmetrical three-phase steady state mode. But, there are certain situations that can cause non-symmetrical operations. The presence of the unbalanced three-phased loads induce the apparition of the non-symmetrical systems involving currents and voltages as well the extra-loss within the supply wire. In this work we present a mathematical proof in Mathcad of additional losses in the electrical energy transmission line working under non-symmetrical conditions. Was considered a simplified model in delta connection, but the obtained result generalizes to complex electrical circuits. Finally, we show the conclusions and references.

Keywords: three-phase load, delta connection, active power, electrical energy transmission line, supply line loss, unbalanced functioning regime, mathematical proof in the Mathcad of additional losses under unbalanced conditions

Cuvinte cheie: receptor trifazat, conexiune în triunghi, putere activă, linie de transport a energiei electrice, pierderi pe linia de alimentare, regim dezechilibrat de funcționare, demonstrație matematică în mediul Mathcad a pierderilor suplimentare în regim dezechilibrat

1. Introducere

Așa cum se știe, circuitele electrice trifazate funcționează în mod uzual (și de dorit) în regim echilibrat și simetric. Dar, în practică

există regimuri de funcționare care se abat de la situația ideală menționată anterior. În aceste situații avem receptori dezechilibrați iar sistemele trifazate de tensiuni și de curenți sunt nesimetrice. În electroenergetică și în rețelele de utilizare de joasă tensiune se dorește, din mai multe motive tehnice și economice, ca regimul de funcționare să fie simetric și echilibrat sau foarte apropiat de acesta. Unul dintre motivele pentru care se dorește să avem un regim de funcționare simetric și echilibrat este că pierderile pe linia de alimentare au o valoare minimă în acest regim, la o aceeași putere absorbită de consumator. Acesta este un rezultat bine cunoscut în electrotehnică, existând studii profunde în care se arată circulația puterilor pe componente simetrice, cu interpretările respective [3]. De asemenea, măsurătorile experimentale efectuate confirmă principiul enunțat anterior. În lucrarea de față ne propunem să dăm o demonstrație matematică riguroasă a afirmației făcute mai sus privind pierderile pe linia de transport. Vom considera un model simplificat pentru un consumator legat în triunghi. Analiza se va face în mediul Mathcad, ca și în lucrările anterioare ale autorului [12] și [13].

2. Consumator legat în triunghi

Se consideră modelul unui circuit trifazat conținând un generator, o linie de transport și un consumator. Conexiunea acestui consumator este în triunghi și de asemenea pentru simplificare considerăm că receptorul este pur rezistiv (figura 1).

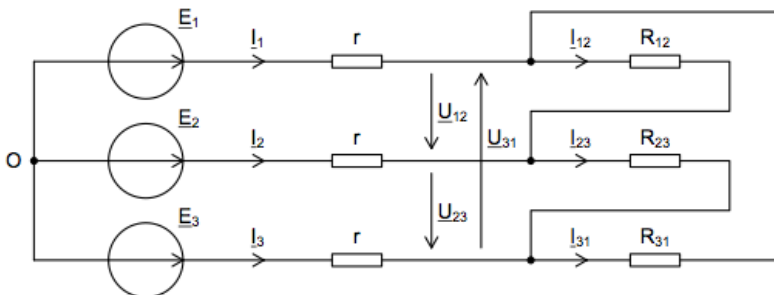


Fig. 1 Circuit cu consumator legat în triunghi

Generatorul este ideal, sistemul tensiunilor electromotoare fiind simetric, de secvență directă. Tensiunea electromotoare pe o fază este E ca valoare efectivă.

Pentru analiza energetică a circuitului este avantajos să facem o transfigurare din triunghi în stea fără fir neutru a consumatorului (figura 2).

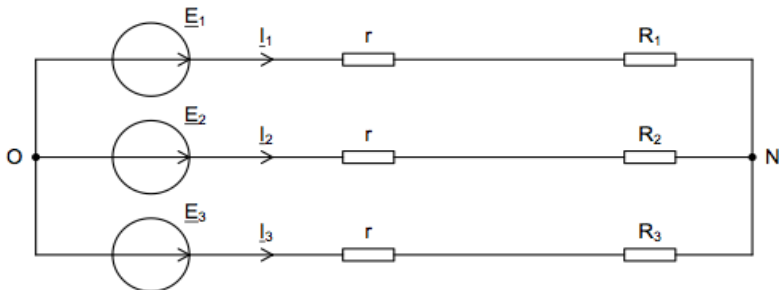


Fig. 2 Circuit cu consumator transfigurat în stea

Avem relațiile de transfigurare:

$$R_1 = \frac{R_{12}R_{31}}{R_{12} + R_{23} + R_{31}}; \quad R_2 = \frac{R_{23}R_{12}}{R_{12} + R_{23} + R_{31}}; \quad R_3 = \frac{R_{31}R_{23}}{R_{12} + R_{23} + R_{31}} \quad (1)$$

Facem următoarele notații.

$$Y_1 = \frac{1}{r + R_1}; \quad Y_2 = \frac{1}{r + R_2}; \quad Y_3 = \frac{1}{r + R_3} \quad (2)$$

În urma unui calcul rezultă curentul I_1 și asemănător I_2 și I_3 .

$$I_1 = \frac{\sqrt{3}EY_1\sqrt{Y_2^2 + Y_2Y_3 + Y_3^2}}{Y_1 + Y_2 + Y_3} \quad (3)$$

Pentru puterile active care intervin în circuit avem rezultatele prezentate mai jos.

Puterea activă consumată de receptor:

$$P = R_1I_1^2 + R_2I_2^2 + R_3I_3^2 \quad (4)$$

Puterea activă consumată de linia de transport (pierderile pe linia de transport):

$$P_l = rI_1^2 + rI_2^2 + rI_3^2 \quad (5)$$

Puterea totală debitată de generator:

$$P_g = (R_1 + r)I_1^2 + (R_2 + r)I_2^2 + (R_3 + r)I_3^2 \quad (6)$$

Problema care se pune este de a minimiza expresia (5) când expresia (4) este constantă. Este evident ca în problema noastră E , și r sunt constante iar R_1 , R_2 , R_3 sunt variabile (reale și pozitive). În esență este vorba de o problemă de programare neliniară, mai exact de minimizarea unei funcții de trei variabile în prezența unei restricții.

Pentru rezolvarea acestei probleme am considerat valori particulare pentru parametrii E , și r și am realizat optimizarea respectivă utilizând mediul Mathcad. Se utilizează funcția Minimize pusă la dispoziție de pachetul Mathcad. S-a considerat $E = 100 \text{ V}$ și $r = 1 \Omega$.

Rezultatul obținut este că obținem valoarea minimă a pierderilor pe linia de transport în situația când receptorul este echilibrat (la aceeași putere absorbită de receptor).

Facând o analiză Mathcad, se obțin următoarele rezultate, prezentate în tabelul 1.

Tabelul 1

Receptor/ Puteri absorbite	P_1 (W)	P (W)	P_g (W)
Receptor dezechilibrat: $R_{12} = 27$; $R_{23} = 33$; $R_{31} = 30 \Omega$ $R_1 = 9$; $R_2 = 9,9$; $R_3 = 11 \Omega$	251,5	2492	2743,5
Receptor echilibrat: $R_1 = 9,94$; $R_2 = 9,94$; $R_3 = 9,94 \Omega$ $R_{12} = 29,82$; $R_{23} = 29,82$; $R_{31} = 29,82 \Omega$	250,7	2492	2742,7

La început receptorul este dezechilibrat ($R_{12} = 27 \Omega$, $R_{23} = 33 \Omega$, $R_{31} = 30 \Omega$).

Aceasta înseamnă pentru receptorul echivalent legat în stea $R_1 = 9 \Omega$, $R_2 = 9,9 \Omega$, $R_3 = 11 \Omega$. Puterea absorbită este $P = 2492 \text{ W}$. Pierderile pe linia de transport sunt $P_1 = 251,5 \text{ W}$. Puterea totală debitată de generator este $P_g = 2743,5 \text{ W}$.

Echilibrând consumatorul (în condițiile aceluiași consum de 2492 W) găsim că valoarea comună a rezistențelor în cele trei faze ale consumatorului echivalent legat în stea este $R_1 = R_2 = R_3 = 9,94 \Omega$. Pentru consumatorul legat în triunghi avem $R_{12} = R_{23} = R_{31} = 29,82 \Omega$. Pierderile pe linia de transport sunt în această situație $250,7 \text{ W}$ iar puterea produsă de generator $2742,7 \text{ W}$. Se observă scăderea pierderilor pe linia de transport și scăderea corespunzătoare a puterii dezvoltate de generator.

3. Observații

Pentru un consumator legat în stea în situațiile extreme (din punctul de vedere al impedanței firului neutru) o analiză asemănătoare s-a făcut în lucrarea [12].

Pentru un consumator legat în stea cu fir neutru de rezistență r_N , o analiză asemănătoare s-a făcut în lucrarea [13].

4. Concluzii

■ În acest fel se verifică matematic în Mathcad principiul enunțat la începutul articolului. Problema este în esență una de programare neliniară. S-a adoptat un model simplificat și anume s-a considerat un receptor pur rezistiv. S-a evidențiat micșorarea pierderilor pe linia de transport, în situația consumatorului echilibrat, la aceeași putere consumată de acesta. Rezultatul obținut pentru modelul simplificat se generalizează în cazul unui receptor complex, cu caracter inductiv, de tipul celor care se întâlnesc de obicei în industrie.

■ În o serie de lucrări anterioare [9], [10], [11] s-a făcut și o analiză pe componente simetrice a puterilor active absorbite de un receptor trifazat. S-a utilizat descompunerea receptorului trifazat într-un receptor echilibrat real și unul extrem dezechilibrat generalizat, folosind teoria componentelor simetrice precum și expresiile puterilor complexe absorbite care au fost calculate în același context în lucrările menționate. S-a arătat acolo că prezența receptorului dezechilibrat determină o absorbție suplimentară de putere de la generator, care va fi redistribuită în rețea ca putere de nesimetrie, în general nedorită. Prin urmare, receptorul dezechilibrat se comportă ca un fel de convertor de putere de nesimetrie care primește de la generator putere activă de simetrie și generează în rețea putere activă de nesimetrie.

■ Prin urmare, în practică se impune compensarea dezechilibrului la consumatorii trifazați. În general, problema trebuie rezolvată în corelare cu necesitatea compensării și a armonicilor superioare și bineînțeles a îmbunătățirii factorului de putere [1], [2], [11].

BIBLIOGRAFIE

- [1] Pavel, E., *Noi aspecte ale teoriei receptoarelor trifazate statice dezechilibrate*, Energetica, Vol.37, Nr.11, noiembrie 1989, pag.481-492
- [2] Țugulea, A., *Considerații privind efectele energetice în regimuri armonice nesimetrice ale sistemelor trifazate*; Energetica, Vol.XXXIV, Nr.3, martie 1986, pag.121-129.

- [3] Popa, V. M., *Contribuții la analiza sistemelor trifazate nesimetrice, cu aplicații*, Teză de doctorat, Universitatea Tehnică Cluj-Napoca, 1999.
- [4] Popa, V. M., *Using Generalized Impedances in the Study of a Real Unbalanced Load*, Proceedings of the 2-nd International Workshop CAD in Electromagnetism and Electrical Circuits CADEMEC 99, 7-9 September 1999, Cluj-Napoca, Romania, volume, pag. 91-94.
- [5] Popa, V. M., *Considerații privind alimentarea receptorilor trifazați*, Sesiunea de comunicări științifice a Universității "Petru Maior", Târgu Mureș, 27-28 octombrie 2000, Volumul 7, Electroenergetică, ISBN 973-8084-19-9, pag. 191-196.
- [6] Popa, V. M., *The Energetical Study of the Unbalanced Three-Phased Load*, Conferința Națională cu participare internațională „Electrotehnica aplicată în eco-reconstrucția industrială”, Sibiu, 23-24 septembrie 2005; Volum, ISBN 973-739-138-1, pag. 144-151.
- [7] Popa, V. M., *Receptoare generalizate în electrotehnică*, Editura Universității "Lucian Blaga" din Sibiu, Sibiu, 2010, ISBN 978-606-12-0033-7.
- [8] Popa, V. M., *Sisteme nesimetrice în electrotehnică*, Editura Universității "Lucian Blaga" din Sibiu, Sibiu, 2011, ISBN 978-606-12-0253-9.
- [9] Popa, V. M., *Regimuri nesimetrice în electrotehnică*, Editura Universității "Lucian Blaga" din Sibiu, Sibiu, 2012, ISBN 978-606-12-0382-6.
- [10] Popa, V. M., *Circuite trifazate dezechilibrate*, Editura Universității "Lucian Blaga" din Sibiu, Sibiu, 2013, ISBN 978-606-12-0512-7.
- [11] Popa, V. M., *Sarcini dezechilibrate în electrotehnică*, Editura Universității "Lucian Blaga" din Sibiu, Sibiu, 2014, ISBN 978-606-12-0711-4.
- [12] Popa, V. M., *Aspecte privind pierderile pe linia de alimentare a unui consumator trifazat dezechilibrat*, Lucrările celei de A XVI-a Conferințe internaționale multidisciplinare „Profesorul Dorin Pavel – fondatorul hidroenergeticii românești”, Sebeș, 10-11 iunie 2016; Volumul „Știință și Inginerie” (vol. 29), ISSN 2067-7138.
- [13] Popa, V. M., *Pierderile pe linia de alimentare a unui consumator trifazat legat în stea*, Lucrările celei de A XVII-a Conferințe internaționale multidisciplinare „Profesorul Dorin Pavel – fondatorul hidroenergeticii românești”, Sebeș, 2-3 iunie 2017; Volumul „Știință și Inginerie” (vol. 31), ISSN 2067-7138.

Prof. Dr. Ing. Vasile Mircea POPA, profesor asociat
Universitatea „Lucian Blaga” din Sibiu, membru AGIR
Facultatea de Inginerie
e-mail: popavm@yahoo.com
telefon: 0745-149048