A XII-a Conferinţă Naţională multidisciplinară – cu participare internaţională
"Profesorul Dorin PAVEL – fondatorul hidroenergeticii româneşti",
SEBEŞ, 2012

UNELE PARTICULARITĂŢI PRIVIND FENOMENELE AERODINAMICE ÎN JURUL CORPURILOR SUBŢIRI CARE ZBOARĂ ÎN ATMOSFERĂ

Maria-Costina AVĂDANEI, Constantin AVĂDANEI

SOME CHARACTERISTICS ON THE PHENOMENA AERODZNAMICS AROUND BODIES FLYING IN THIN ATMOSPHERE

The paper presents a contribution to the aerodynamic body of revolution movement trajectories in the thin atmosphere. As a particular case, the paper refers to flying projectiles and missiles, to customize linearization stationary movements around thin bodies of revolution.

Cuvinte cheie: proiectil, rachetă, potenţialul vitezelor, numărul Mach, unghi de atac
Keywords: projectile, rocket, potential speed, Mach number, angle of attack

1. Introducere

Studiul zborului corpurilor de revoluţie subţiri pe traiectorii în atmosferă este un demers deosebit de complex. Studiul se referă cu precădere la fenomenele aerodinamice care însoţesc zborul proiectilelor şi rachetelor din domeniul militar.

Pătrunderea în tainele fenomenului mişcării (zborului) proiectilului sau rachetei presupune abordarea unor delicate probleme de mecanică, aerodinamică, propulsie reactivă, fizica atmosferei, şi teoria probabilităţilor, utilizând un aparat matematic adecvat.

Răspunzând la problemele amintite, se pun la dispoziţia proiectanţilor metodele de proiectare necesare pentru realizarea maximizării performanţelor balistice impuse.

În continuare se prezintă o contribuţie la înţelegerea fenomenelor aerodinamice care însoţesc mişcarea corpurilor subţiri în atmosferă utilizând un instrument teoretic abordat de Mecanica Fluidelor.

2. Aspecte ale mişcării corpurilor de revoluţie subţiri în regim supersonic

Pentru studiul mişcării fluidelor la viteze mari (v>a) se utilizează modelul fluidului ideal compresibil.

Ecuaţiile Mecanicii fluidelor au forma de mai jos [1], [6], în condiţiile unor ipoteze simplificatoare: se neglijează vâscozitatea şi conductibilitatea (μ=0, λ=0), variaţia densităţii ($\rho \neq$ const.), neglijarea forţelor masice ($\vec{f}=0$), evoluţie adiabatică,

$$\frac{\partial \rho}{\partial t}+\operatorname{div}(\rho \bar{v})=0 \tag{1}$$

$$\frac{\partial \bar{v}}{\partial t}+\left(\bar{v}\,\nabla\right)\bar{v}=-\frac{1}{\rho}\operatorname{grad} p \tag{2}$$

$$\frac{d}{dt}\left(i+\frac{v^2}{2}\right)=\frac{1}{\rho}\frac{\partial p}{\partial t} \tag{3}$$

la care se ataşează ecuaţia de stare,

$$p/\rho = RT \tag{4}$$

În condiţiile ipotezelor simplificatoare, pentru o evoluţie adiabatică, ecuaţia presiunii are forma:

$$\int \frac{\partial \bar{v}}{\partial t}+\frac{v^2}{2}+\frac{\gamma}{\gamma-2}\frac{p}{\rho} = C \tag{5}$$

în care: $\gamma = {c_p}/{c_v}$, ${\gamma p}/{\rho} = a^2$, a fiind viteza locală a sunetului, $a = \sqrt{{dp}/{d\rho}} = \sqrt{{\gamma p}/{\rho}}$.

Criteriul compresibilităţii este numărul lui Mach (M) definit prin raportul dintre viteza fluidului şi viteza sunetului: $M = {v}/{a}$.

Studiul mişcării în jurul corpurilor de rotaţie subţiri se efectuează în coordonate cilindrice, figura 1.

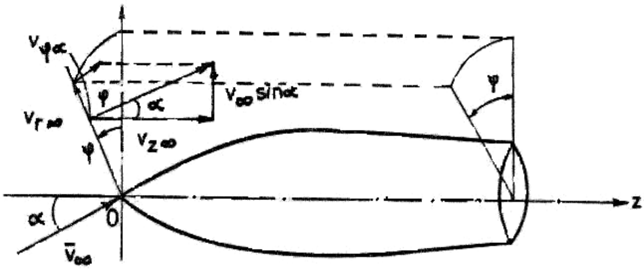

Fig. 1 Corp de rotaţie subţire se efectuează în coordonate cilindrice

Ecuaţia fundamentală a dinamicii fluidelor ideale compresibile, este de forma [5], [6]:

$$\left(1-\frac{v_x^2}{a^2}\right)\frac{\partial^2\phi}{\partial x^2}+\left(1-\frac{v_y^2}{a^2}\right)\frac{\partial^2\phi}{\partial y^2}+\left(1-\frac{v_z^2}{a^2}\right)\frac{\partial^2\phi}{\partial z^2}-$$
$$-\frac{2v_x v_y}{a^2}\frac{\partial^2\phi}{\partial x\partial y}-\frac{2v_x v_z}{a^2}\frac{\partial^2\phi}{\partial x\partial z}-\frac{2v_y v_z}{a^2}\frac{\partial^2\phi}{\partial y\partial z}=0 \tag{6}$$

Pentru acest studiu mecanica fluidelor utilizează noţiunea de potenţialul vitezelor în mişcări staţionare a fluidelor ideale [2], [3].

În acest caz ecuaţia potenţialului are expresia:

$$\operatorname{div}\bar{v} = \frac{\bar{v}}{2a^2}\operatorname{grad} v^2 \tag{7}$$

unde : a reprezintă viteza locală a sunetului,

$$a^2 = \frac{dp}{d\rho} = \gamma RT = a_0^2 - \frac{\gamma - 1}{2} v^2 \quad , \tag{8}$$

$a_0^2 = \gamma R T_0$, $T_0 =$ temperatura de stagnare, $R =$ constanta gazului.

Ecuaţia diferenţială (6) a potenţialului vitezelor în coordonate cilindrice devine:

$$\begin{aligned} &\left(1 - \frac{v_z^2}{a^2}\right)\frac{\partial v_z}{\partial z} + \left(1 - \frac{v_r^2}{a^2}\right)\frac{\partial v_r}{\partial r} + \left(1 - \frac{v_\phi^2}{a^2}\right)\frac{\partial v_\phi}{r \partial \phi} - \\ &- \frac{v_z v_r}{a^2}\left(\frac{\partial v_r}{\partial z} + \frac{\partial v_z}{\partial r}\right) - \frac{v_r v_\phi}{a^2}\left(\frac{\partial v_\phi}{\partial r} + \frac{\partial v_r}{r \partial \phi}\right) - \\ &- \frac{v_\phi v_z}{a^2}\left(\frac{\partial v_z}{r \partial \phi} + \frac{\partial v_\phi}{\partial z}\right) + \frac{v_r}{r} = 0 \end{aligned} \tag{9}$$

sau, introducând potenţialul Φ , avem componentele vitezei [4], [6]

$$v_z = \frac{\partial \Phi}{\partial z} \quad , \quad v_r = \frac{\partial \Phi}{\partial r} \quad , \quad v_\phi = \frac{\partial \Phi}{r \partial \phi} \tag{10}$$

şi se deduce în final ecuaţia diferenţială a potenţialului în coordonate cilindrice:

$$\begin{aligned} &\left(1 - \frac{v_z^2}{a^2}\right)\frac{\partial^2 \Phi}{\partial z^2} + \left(1 - \frac{v_r^2}{a^2}\right)\frac{\partial^2 \Phi}{\partial r^2} + \left(1 - \frac{v_\phi^2}{a^2}\right)\frac{1}{r^2}\frac{\partial^2 \Phi}{\partial \phi^2} - \\ &-2\frac{v_z v_r}{a^2}\frac{\partial^2 \Phi}{\partial z \partial r} - \frac{2 v_r v_\phi}{a^2}\frac{\partial^2 \Phi}{r \partial \phi \partial r} - \frac{2 v_\phi v_z}{a^2}\frac{\partial^2 \Phi}{r \partial \phi \partial z} + \\ &+ \frac{1}{r}\left(1 + \frac{v_\phi^2}{a^2}\right)\frac{\partial \Phi}{\partial r} = 0 \end{aligned} \tag{11}$$

Dacă în ecuaţia (11) se introduc notaţiile din figura 1, atunci rezultă forma:

$$\begin{aligned} &\left(v_z^2 - a^2\right)\frac{\partial^2 \Phi}{\partial z^2} + \left(v_r^2 - a^2\right)\frac{\partial^2 \Phi}{\partial r^2} + \frac{1}{r^2}\left(v_\phi^2 - a^2\right)\frac{\partial^2 \Phi}{\partial \phi^2} + \\ &+ 2 v_z v_r \frac{\partial^2 \Phi}{\partial z \partial r} + \frac{2}{r} v_z v_\phi \frac{\partial^2 \Phi}{\partial z \partial \phi} + \frac{2}{r} v_r v_\phi \frac{2\Phi}{\partial r \partial \phi} - \frac{v_r\left(a^2 + v_\phi^2\right)}{r} = 0 \end{aligned} \tag{12}$$

în care se consideră: $v_z = v_\infty + v'_z$; $v_r = v'_r$; $v_\phi = v'_\phi$

unde perturbaţiile $v'_z, v'_r, v'_\phi << v_\infty$,

$$v_z^2 \cong v_\infty^2 + 2v_\infty v'_z \,;\ v_r^2 = {v'_r}^2 \,;\ v_\phi^2 = {v'_\phi}^2 \,;\ \Phi = \Phi_\infty + \Phi' \qquad (13)$$

$$a^2 \cong a_\infty^2 - (\gamma - 1) v_\infty v'_z$$

$$\left(1 - M_\infty^2\right)\frac{\partial^2 \Phi'}{\partial z^2} + \frac{\partial^2 \Phi'}{\partial r^2} + \frac{1}{r^2}\frac{\partial^2 \Phi'}{\partial \phi^2} + \frac{1}{r}\frac{\partial \Phi'}{\partial r} = 0 \qquad (14)$$

Ecuaţia (14) este ecuaţia diferenţială a potenţialului vitezei perturbate [4], [6], care se foloseşte pentru studiul mişcării din jurul corpurilor de rotaţie subţiri, la unghiuri de atac mici, adică a mişcărilor cu perturbaţii mici, neaxial simetrice.

În cazul mişcărilor axial simetrice la unghiul de atac nul $\left(v'_\phi = 0\right)$, iar ecuaţia (14) ia forma:

$$\left(1 - M_\infty^2\right)\frac{\partial^2 \Phi'}{\partial z^2} + \frac{\partial^2 \Phi'}{\partial r^2} + \frac{1}{r}\frac{\partial \Phi'}{\partial r} = 0 \qquad (15)$$

3. Concluzii

1. Ecuaţiile (14) şi (15) exprimă bazele aerodinamicii mişcărilor staţionare liniarizate în jurul corpurilor de rotaţie subţiri [2], [6]. Rezolvarea ecuaţiei diferenţiale a potenţialului Φ' se efectuează în următoarele condiţii la limită:

- pe suprafaţa de perturbaţie a corpului subţire potenţialul Φ' este nul ($\Phi' = 0$). În cazul de faţă o astfel de suprafaţă este generată de linii simple Mach, corespunzătoare undelor dispuse înclinat faţă de direcţia vitezei la infinit, $\bar{v}_\infty$, sub unghiul $\mu_\infty = \arcsin\left(1/M_\infty \right)$;

- pe suprafaţa corpului de rotaţie subţire potenţialul trebuie să satisfacă condiţia de nedesprindere a mişcării:

$$\frac{\partial \Phi}{\partial r} : \frac{\partial \Phi}{\partial z} = \frac{dr}{dz} \qquad (16)$$

unde $r = f(z)$ reprezintă funcţia care generează suprafaţa corpului subţire.

2. Impunând condiţiile la limită, se obţine şi relaţia cu ajutorul căreia se determină presiunea fluidului în jurul corpurilor de rotaţie subţiri:

$$p = p_\infty \left[1 + \frac{\gamma - 1}{2} M_\infty^2 \left(1 - \frac{v^2}{v_\infty^2} \right) \right]^{\gamma / \gamma - 1} \qquad (17)$$

3. Bazele teoretice ale acestui studiu conduc la concluzii de ordin practic, care stabilesc configuraţii ale corpurilor subţiri, în domeniul civil şi militar.

BIBLIOGRAFIE

[1] Avădanei, C., *Contribuţii în studiul optimizării fenomenelor gazodinamice din dispozitivele armamentului de calibru redus*, Teză de doctorat, Academia Tehnică Militară, Bucureşti, 1999.
[2] Carafoli, E., Constantinescu, V.N., *Dinamica fluidelor compresibile*, Editura Academiei, Bucureşti, 1984.
[3] Comolet, R., *Mecanique experimentale des fluides*, Edition Massou, Paris, 1961.
[4] Landau, L., Lifchitz, E., *Physique theorique, Tome 6, Mecanique des fluides,* Edition Mir, Moscou, 1988.
[5] Ştefan, S., *Mecanica fluidelor*, Editura Academiei Tehnice Militare, Bucureşti, 1992-1993.
[6] Ştefan, S., *Ecuaţiile Mecanicii Fluidelor*, Editura Academiei Tehnice Militare, Bucureşti, 1996.

Informatician Maria-Costina AVĂDANEI,
Cluj-Napoca
Lector Univ. Dr.Ing. Constantin AVĂDANEI
membru AGIR