A XII-a Conferință Națională multidisciplinară – cu participare internațională
"Profesorul Dorin PAVEL – fondatorul hidroenergeticii româneşti",
SEBEŞ, 2012

MODELAREA CÂMPULUI ELECTROMAGNETIC UTILIZÂND POTENŢIALUL VECTOR

George MAHALU, Radu PENTIUC

ELECTROMAGNETIC FIELD MODELLING USING VECTOR POTENTIAL

This paper deals with modeling the electromagnetic field through the vector potential. Appealing to Maxwell's equations, field modeling provides a tool for further investigation to study the magnetic field for RFID reader-tag systems. The results from this article will be used in other workpaper which treats a practical RFID system.

Keywords: RFID system, electromagnetic field, vector potential, field modelling

Cuvinte cheie: sistem RFID, câmp electromagnetic, potenţial vector, modelare de câmp

1. Introducere

Studiul teoretic şi practic al proceselor de interacţiune *reader-tag RFID* reprezintă un subiect actual de interes pentru comunitatea ştiinţifică, începând cu fizicienii interesaţi de domeniul RF, continuând cu inginerii proiectanţi de echipamente şi sisteme RFID şi cercetătorii în comunicaţiile analogice şi digitale de date, până la orice specialist într-unul din domeniile ştiinţifice moderne ce apelează la tehnologia RFID.

Dacă experimentele furnizează date de analiză pentru cercetători, modelele create de specialiştii în domeniu constituie proceduri de procesare a acestor date, de sintetizare formală a mecanismelor ce le furnizează şi de configurare a noi tehnici de abordare în analiza şi/sau sinteza tehnologiilor moderne specifice.

Un proces de interacţiune reader-tag RFID presupune existenţa unui tag identificator ataşat unei entităţi identificabile şi a unui cititor de tag. În funcţie de natura pasivă sau activă a tagului, întregul sistem de identificare poate căpăta particularităţi ce impun cercetătorului imaginarea unor tehnici specifice de abordare a problematicii ridicată de cazul concret.

În cele ce urmează va fi prezentată o modalitate de abordare teoretică a unui sistem reader-tag RFID, pe un set precizat de condiţii sistemice. Scopul declarat al studiului va consta în ridicarea unui model pentru un sistem bine precizat, astfel încât pe baza acestuia să fie posibilă realizarea unei prognoze comportamentale la nivelul întregului sistem odată cu modificarea parametrilor.

2. Generalităţi

În modelarea oricărui fenomen electromagnetic se pleacă, în mod implicit sau explicit, de la ecuaţiile electrodinamice ale lui Maxwell. Setul de ecuaţii valabile în spaţiul vid (sau cu bună aproximaţie în aer) se scrie [1]:

$$\nabla \cdot \boldsymbol{E} = \rho/\varepsilon_0 \tag{2.1}$$

$$\nabla \times \boldsymbol{E} = -\partial \boldsymbol{B}/\partial t \tag{2.2}$$

$$\nabla \cdot \boldsymbol{B} = 0 \tag{2.3}$$

$$\nabla \times \boldsymbol{B} = (1/c^2)(\boldsymbol{j}/\varepsilon_0 + \partial \boldsymbol{E}/\partial t) \tag{2.4}$$

Setul de ecuaţii Maxwell poate fi redus la două perechi de ecuaţii distincte, în unele cazuri speciale. Astfel, dacă vom considera $\boldsymbol{B} = \boldsymbol{0}$ (adică vom accepta inexistenţa unui câmp magnetic în spaţiul considerat), din cele patru ecuaţii rămân doar următoarele două:

$$\nabla \cdot \boldsymbol{E} = \rho/\varepsilon_0 \tag{2.5}$$

$$\nabla \times \boldsymbol{E} = \boldsymbol{0} \tag{2.6}$$

Domeniul de studiu în acest caz este *electrostatica*.

Analog, considerând $\boldsymbol{E} = \boldsymbol{0}$ (inexistenţa unui câmp electric în spaţiul considerat) se obţin ecuaţiile:

$$\nabla \cdot \boldsymbol{B} = 0 \tag{2.7}$$

$$\nabla \times \boldsymbol{B} = \mathbf{j}/c^2/\varepsilon_0 \tag{2.8}$$

Evident, ne găsim acum în sfera de interes a *magnetostaticii*.

Plecăm de la ecuaţia (2.6) căreia îi aplicăm operatorul rotor ambilor membri. Se obţine:

$$\nabla \times (\nabla \times \boldsymbol{E}) = -\frac{\partial}{\partial t}(\nabla \times \boldsymbol{B}) \tag{2.9}$$

Se poate arăta că [2]:

$$\nabla \times (\nabla \times \boldsymbol{E}) = \nabla(\nabla \cdot \boldsymbol{E}) - \nabla^2 \boldsymbol{E} \tag{2.10}$$

Primul termen al membrului drept este nul deoarece, în vid, divergenţa câmpului electric este nulă. În consecinţă, din (2.9) şi (2.10) se găseşte:

$$\frac{\partial}{\partial t}(\nabla \times \boldsymbol{B}) = \nabla^2 \boldsymbol{E} \tag{2.11}$$

Din ecuaţia (2.4) obţinem:

$$c^2(\partial/\partial t)\,(\nabla \times \boldsymbol{B}) = \partial^2 \boldsymbol{E}/\partial t^2 \tag{2.12}$$

Rezultă:

$$\nabla^2 \boldsymbol{E} = \frac{1}{c^2}(\partial^2 \boldsymbol{E}/\partial t^2) \tag{2.13}$$

Ecuaţia (2.13) este ecuaţia tridimensională a undelor, în cazul nostru a undelor electromagnetice. Se constată că aceste unde se propagă cu viteza *c*, viteza luminii în vid.

Maxwell şi-a construit ecuaţia (2.4) de forma:

$$\nabla \times \boldsymbol{B} = \mu_0 \boldsymbol{j} + \mu_0 \varepsilon_0 \partial \boldsymbol{E}/\partial t \tag{2.14}$$

Comparând (2.4) cu (2.14) se constată că:

$$c^2 = 1/\mu_0/\varepsilon_0 \tag{2.15}$$

unde μ_0 reprezintă permeabilitatea magnetică a vidului. Înlocuirea membrului drept cu cel stâng a fost făcută ulterior elaborării sistemului de ecuaţii de către Maxwell.

Ca observaţie, prezenţa constantei *c* semnifică implicarea efectelor relativiste în interpretarea câmpului magnetic.

3. Potenţialul scalar şi potenţialul vector

Conform ecuaţiei (2.6), un rotor nul implică existenţa unui operator rot(div):

$$\nabla \times \boldsymbol{E} = \mathbf{0} \quad \Rightarrow \quad \nabla \times (\nabla \emptyset) = \mathbf{0} \tag{3.1}$$

cu $\boldsymbol{E}$ intensitatea câmpului electric şi $\emptyset$ potenţialul scalar.

Din (3.1) deducem:

$$\boldsymbol{E} = -\nabla \emptyset \tag{3.2}$$

Integrarea ecuaţiei (3.2) conduce la:

$$\emptyset(P) = -\int_{P_0}^{P} \boldsymbol{E} \cdot d\boldsymbol{s} \tag{3.3}$$

Punctul de referinţă P_0 este considerat la infinit. O expresie echivalentă cu (3.3) este:

$$\emptyset(P) = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0} \int \frac{\rho dV}{r} \tag{3.4}$$

unde ρ notează densitatea de volum a sarcinii electrice care generează potenţialul considerat.

Potenţialul electric în punctul *P* se mai poate exprima:

$$\emptyset(P) = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0} \frac{\boldsymbol{p} \cdot \boldsymbol{e}}{r^2} \tag{3.5}$$

cu ***p*** notând momentul electric dipolar iar ***e*** este versorul vectorului de poziţie al punctului *P*. De menţionat că momentul electric dipolar este definit ca:

$$\boldsymbol{p} = \sum (q_i \cdot \boldsymbol{d}_i) \tag{3.6}$$

O remarcă interesantă este următoarea:

$$\nabla \times (\nabla \emptyset) = \nabla \times (\nabla \emptyset') = \mathbf{0} \qquad (3.7)$$

ceea ce conduce la:

$$\emptyset' = \emptyset + C \qquad (3.8)$$

cu *C* constantă scalară. Rezultă că potenţialul scalar nu este unic determinat. El este precizat doar până la o constantă *C*.

Se cunoaşte, de asemenea, că divergenţa unui rotor este întotdeauna nulă. În consecinţă, conform cu ecuaţia (2.3), putem scrie:

$$\nabla \cdot \boldsymbol{B} = \nabla \cdot (\nabla \times \boldsymbol{A}) = \mathbf{0} \qquad (3.9)$$

Câmpul $\boldsymbol{A}$ este numit *potenţial vector*. În aceste condiţii, inducţia câmpului magnetic este:

$$\boldsymbol{B} = \nabla \times \boldsymbol{A} = \mathbf{0} \qquad (3.10)$$

Scrisă pe componente, ecuaţia (3.10) devine:

$$\boldsymbol{B}_x = (\nabla \times \boldsymbol{A})_x = \frac{\partial A_z}{\partial y} - \frac{\partial A_y}{\partial z} \qquad (3.11.1)$$

$$\boldsymbol{B}_y = (\nabla \times \boldsymbol{A})_y = \frac{\partial A_x}{\partial z} - \frac{\partial A_z}{\partial x} \qquad (3.11.2)$$

$$\boldsymbol{B}_z = (\nabla \times \boldsymbol{A})_z = \frac{\partial A_y}{\partial x} - \frac{\partial A_x}{\partial y} \qquad (3.11.3)$$

Dar, ca şi în cazul potenţialului scalar, potenţialul vector nu este definit în mod unic. Plecând de la (3.10), putem scrie:

$$\boldsymbol{B} = \nabla \times \boldsymbol{A}' = \nabla \times \boldsymbol{A} \qquad (3.12)$$

De aici rezultă:

$$\nabla \times \boldsymbol{A}' - \nabla \times \boldsymbol{A} = \nabla \times (\boldsymbol{A}' - \boldsymbol{A}) = \mathbf{0} \qquad (3.13)$$

Concluzia este:

$$A' = A + \nabla\Psi \tag{3.14}$$

Rezultă că nici potenţialul vector nu este unic determinat. El este determinat doar până la un vector constant $\nabla\Psi$.

4. Concluzii

Utilizarea potenţialului vector în modelarea câmpului electromagnetic se dovedeşte utilă în obţinerea unor rezultate matematice într-un format adecvat aplicării lor unor probleme de modelare a câmpurilor electrice şi/sau magnetice în regiuni specifice (raportate la generatorul de câmp).

Notă: Această lucrare a beneficiat de suport financiar prin proiectul "Progres şi dezvoltare prin cercetare şi inovare post-doctorală în inginerie şi ştiinţe aplicate – PRiDE – Contract nr. POSDRU/89/1.5/S/57083", proiect cofinanţat din Fondul Social European prin Programul Operaţional Sectorial Dezvoltarea Resurselor Umane 2007-2013.

BIBLIOGRAFIE

[1] Feynman, Richard, P., *Fizica modernă*, vol.2, Editura tehnică, Bucureşti 1970.

[2] Purcell, Edward, M., *Electricitate şi magnetism*, vol.2, Editura didactică şi pedagogică, Bucureşti 1982.

[3] Samer, A. Masoud and Ahmad, A., Masoud, *Constrained Motion Control Using Vector Potential Fields*, IEEE TRANSACTIONS ON SYSTEMS, MAN, AND CYBERNETICS—PART A: SYSTEMS AND HUMANS, VOL. 30, NO. 3, MAY 2000.

[4] Sinha, Siddhartha, *Retarded Potentials and Radiation*, Department of Physics Indian Institute of Science Bangalore, December 2003.

Conf.Dr.Ing. George MAHALU
Prof.Dr.Ing. Radu PENTIUC
Universitatea "Ştefan cel Mare" Suceava
membri AGIR
e-mail: mahalu@eed.usv.ro
radup@eed.usv.ro