



A XV-a Conferință internațională – multidisciplinară
„Profesorul Dorin Pavel – fondatorul hidroenergeticii românești”
SEBEȘ, 2015

O PRIVIRE MATEMATICĂ ASUPRA PIERDERILOR PE LINIA DE TRANSPORT ÎN REGIM DEFORMANT

Vasile Mircea POPA

A MATHEMATICAL APPROACH TO THE LOSSES OF TRANSMISSION LINE UNDER NON-SINUSOIDAL REGIME

In this paper we present a mathematical proof of additional losses in the electrical energy transmission line due to superior harmonics. The proof is based on the Cauchy – Buniakovski - Schwarz inequality, a very important inequality in mathematics. Was considered a simplified model, but the obtained result generalizes to complex electrical circuits. At the beginning of the paper there was a more general overview of the issue of technological losses in power transmission line. Finally, we draw the conclusions and we indicate the references.

Keywords: electricity transmission line, transmission line losses, deforming operating system, mathematical proof of additional losses under deforming

Cuvinte cheie: linie de transport a energiei electrice, pierderi pe linia de transport, regim deformant de funcționare, demonstrație matematică a pierderilor suplimentare în regim deformant

1. Introducere

După cum se știe, circuitele electrice de curent alternativ funcționează în mod normal, în cazul utilizărilor curente ale energiei electrice, în regim sinusoidal. Dar, circuitele electrice se pot găsi și în regimuri în care tensiunile și curenții sunt funcții periodice nesinusoidale

de timp. Un astfel de regim se numește regim nesinusoidal sau regim deformant. În electroenergetică și în rețelele de utilizare de joasă tensiune se dorește ca mărimile ce acționează să fie sinusoidale, dar din diverse cauze variația lor în timp se abate mai mult sau mai puțin de la forma sinusoidală. Regimul sinusoidal poate fi considerat ca un caz particular (caz ideal) de funcționare. Cauzele care produc regim deformant sunt abaterea de la forma sinusoidală a tensiunilor electromotoare ale surselor din circuit și prezența elementelor neliniare de circuit. Efectele regimului deformant sunt în general dăunatoare (nedorite). Între acestea, amintim: a) creșterea pierderilor de energie în liniile de transport b) reducerea randamentului mașinilor electrice precum și a factorului de putere c) apariția de erori suplimentare la aparatele de măsură d) producerea de supratensiuni datorate rezonanței circuitelor la armonici superioare, ce pot duce la străpungerea izolației conductoarelor e) perturbarea sistemelor de telecomunicații [6].

În cadrul lucrării de față ne ocupăm de creșterea pierderilor de energie în linia de transport (numite și pierderi suplimentare datorate armonicilor superioare).

2. Pierderi pe linia de transport

Un circuit electric trifazat, în forma cea mai simplă, conține o sursă (un generator), o linie de transport a energiei electrice și un consumator (un receptor). Consumatorul are de obicei caracter inductiv. Din acest motiv, în linia de transport apare un consum suplimentar datorat transportului de energie reactivă inductivă, care în practică trebuie evident eliminat (sau redus). Aceasta este clasică problemă a îmbunătățirii factorului de putere, care se face prin legarea la bornele consumatorului trifazat a unei baterii de condensatoare, dimensionate corespunzător. Problema este atât de cunoscută sub aspect teoretic și practic încât nu mai insistăm aici asupra ei. De obicei, la calculul de dimensionare al bateriei de condensatoare se consideră ca receptorul este aproximativ echilibrat.

Dar, de multe ori receptorul trifazat poate fi dezechilibrat. Dezechilibrul receptorului este o sursă de noi pierderi suplimentare în linia de transport a energiei electrice. Mai exact, pierderile pe linia de transport sunt minime când consumatorul devine echilibrat (la aceeași putere absorbită). Într-o lucrare anterioară [11] am prezentat o demonstrație matematică riguroasă a afirmației anterioare. Pentru

simplificare s-a considerat receptorul trifazat pur rezistiv. Problema constă în minimizarea unei funcții de trei variabile (rezistențele din fazele receptorului) în prezența unei restricții (puterea activă consumată de receptor este constantă). În esență este vorba de o problemă de programare neliniară, care a fost rezolvată în mediul Mathcad, rezultatul fiind cel enunțat mai înainte.

O altă situație care poate interveni în practică este aceea în care mărimile ce intervin în circuit sunt periodice nesinusoidale (regim deformant). Acest regim conduce din nou la pierderi suplimentare în linia de transport și anume este vorba de pierderile suplimentare datorate armonicilor superioare. Și această situație este bine cunoscută și tratată pe larg în literatura de specialitate. În lucrarea de față vom da o demonstrație matematică pentru afirmația anterioară, considerând din nou un model simplificat (circuit monofazat, receptor pur rezistiv). Demonstrația se bazează pe inegalitatea Cauchy – Buniakovski - Schwarz și este originală, după cunoștințele mele.

3. Model simplificat

Vom considera în cele ce urmează un model simplificat, un circuit monofazat având ca sarcină o rezistență. Sursa sinusoidală are la borne tensiunea E iar rezistența conductoarelor liniei de transport este r .

Considerăm la început regimul sinusoidal de funcționare a circuitului. Rezistența de sarcină este liniară (constantă) (figura 1).

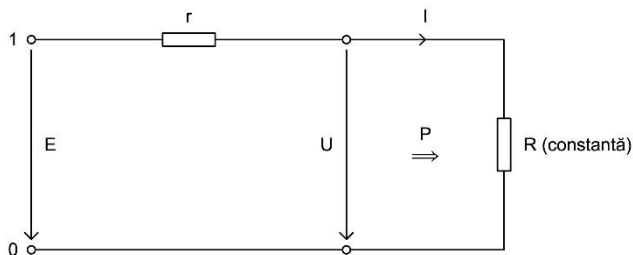


Fig. 1 Circuit în regim sinusoidal

Puterea consumată de receptor este dată de relația:

$$P = UI \cos \phi = UI \quad (1)$$

deoarece $\cos \phi = 1$.

Pierderea de putere pe linia de transport este:

$$\Delta P_l = rI^2 \quad (2)$$

Să considerăm acum regimul deformant de funcționare a circuitului. Rezistența de sarcină este neliniară (variabilă) (figura 2).

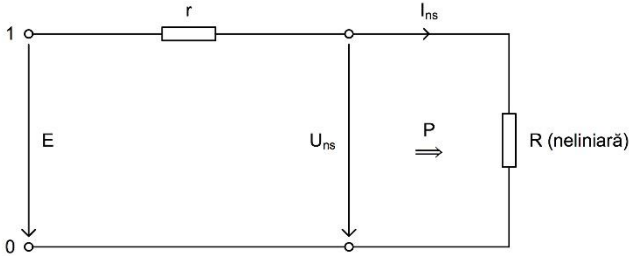


Fig. 2 Circuit în regim deformant

Puterea consumată de receptor este dată de relația:

$$P = U_1 I_1 \cos \phi_1 + U_2 I_2 \cos \phi_2 + \dots + U_n I_n \cos \phi_n = U_1 I_1 + U_2 I_2 + \dots + U_n I_n$$

deoarece $\cos \phi_k = 1, k = 1, 2, \dots, n.$ (3)

În suma anterioară am considerat n armonici. Suma are în principiu o infinitate de termeni (este o serie), dar considerând numai primii n termeni am făcut o trunchiere a seriei, deci o aproximare. De altfel, toate considerațiile din această lucrare se pot face și pe serii, absolut asemănător.

Pierderea de putere pe linia de transport este:

$$(\Delta P_l)_{ns} = rI_{ns}^2 \quad (4)$$

Dar, putem scrie:

$$U_1 I_1 + U_2 I_2 + \dots + U_n I_n \leq \sqrt{U_1^2 + U_2^2 + \dots + U_n^2} \sqrt{I_1^2 + I_2^2 + \dots + I_n^2} \quad (5)$$

(inegalitatea Cauchy-Buniakovski-Schwarz).

Punem condiția:

$$U = U_{ns} = \sqrt{U_1^2 + U_2^2 + \dots + U_n^2} \quad (6)$$

unde am folosit o formula cunoscută (valoarea efectivă a unei mărimi periodice nesinusoidale).

De asemenea, P este același în cele două condiții. Rezultă:

$$UI \leq UI_{ns} \quad (7)$$

$$I \leq I_{ns} \quad (8)$$

$$\Delta P_I \leq (\Delta P_I)_{ns} \quad (9)$$

În acest fel am demonstrat că pierderea de putere pe linia de transport este mai mică în regim sinusoidal decât în regim nesinusoidal (mai exact, decât în orice regim nesinusoidal).

4. Concluzii

■ În lucrare se prezintă o demonstrație matematică a pierderilor suplimentare pe linia de transport datorate armonicilor superioare. Demonstrația se bazează pe inegalitatea Cauchy-Buniakovski-Schwarz, inegalitate foarte importantă în matematică. S-a considerat un model simplificat, dar rezultatul obținut se generalizează la circuite electrice complexe.

■ În introducerea lucrării se reamintesc o serie de chestiuni fundamentale privind regimul deformant (sau nesinusoidal) de funcționare a circuitelor electrice. Se arată cauzele regimului deformant și efectele, în general nedorite ale acestui regim de funcționare. Regimul sinusoidal poate fi considerat ca un caz particular (caz ideal) de funcționare.

■ De asemenea, la începutul lucrării s-a făcut și o trecere în revistă mai generală a problematicii pierderilor tehnologice pe linia de transport a energiei electrice. Astfel, se amintește pe scurt de pierderile suplimentare cauzate de transportul energiei reactive pe linia de transport (problema clasică a îmbunătățirii factorului de putere). De asemenea, pierderi suplimentare pe linia de transport apar și datorită dezechilibrului consumatorilor trifazați.

■ În acest sens, lucrarea este legată de o altă lucrare a autorului, în care se dă o demonstrație matematică (făcută în mediul Mathcad) a pierderilor suplimentare pe linia de transport, datorate dezechilibrului receptorului trifazat [11]. Apoi, se prezintă regimul deformant de funcționare, care de asemenea produce pierderi suplimentare în linia de transport.

■ După această parte introductivă, se tratează subiectul central al lucrării, amintit mai sus și anume se prezintă o demonstrație

matematică a pierderilor suplimentare în regim deformant pe un model simplificat.

BIBLIOGRAFIE

- [1] Pavel, E., *Noi aspecte ale teoriei receptoarelor trifazate statice dezechilibrate*, Energetica, Vol.37, Nr.11, noiembrie 1989, pag.481-492.
- [2] Țugulea, A., *Considerații privind efectele energetice în regimuri armonice nesimetrice ale sistemelor trifazate*; Energetica, Vol.XXXIV, Nr.3, martie 1986, pag.121-129.
- [3] Popa, V.M., *Contribuții la analiza sistemelor trifazate nesimetrice, cu aplicații*, Teză de doctorat, Universitatea Tehnică Cluj-Napoca, 1999.
- [4] Popa, V.M., *Using Generalized Impedances in the Study of a Real Unbalanced Load*, Proceedings of the 2-nd International Workshop CAD in Electromagnetism and Electrical Circuits CADEMEC 99, 7-9 September 1999, Cluj-Napoca, Romania, volume, pag. 91-94.
- [5] Popa, V.M., *The Energetical Study of the Unbalanced Three-Phased Load*, Conferința Națională cu participare internațională „Electrotehnica aplicată în eco-reconstrucția industrială”, Sibiu, 23-24 septembrie 2005; Volum, ISBN 973-739-138-1, pag. 144-151.
- [6] Popa, V.M., *Electrotehnică, partea a II-a*, Editura “Alma Mater”, Sibiu, 2010.
- [7] Popa, V.M., *Receptoare generalizate în electrotehnică*, Editura Universității “Lucian Blaga” din Sibiu, Sibiu, 2010, ISBN 978-606-12-0033-7.
- [8] Popa, V.M., *Regimuri nesimetrice în electrotehnică*, Editura Universității “Lucian Blaga” din Sibiu, Sibiu, 2012, ISBN 978-606-12-0382-6.
- [9] Popa, V.M., *Circuite trifazate dezechilibrate*, Editura Universității “Lucian Blaga” din Sibiu, Sibiu, 2013, ISBN 978-606-12-0512-7.
- [10] Popa, V.M., *Sarcini dezechilibrate în electrotehnică*, Editura Universității “Lucian Blaga” din Sibiu, Sibiu, 2014, ISBN 978-606-12-0711-4.
- [11] Popa, V.M., *Analiza puterilor active ale unui receptor trifazat*, Lucrările celei de A XIV-a Conferințe internaționale multidisciplinare „Profesorul Dorin Pavel – fondatorul hidroenergeticii românești”, Sebeș, 6-7 iunie 2014; Volumul „Știință și Inginerie” (vol. 25), ISSN 2067-7138.

Prof. Dr. Ing. Vasile Mircea POPA, profesor asociat
Universitatea „Lucian Blaga” din Sibiu, membru AGIR
Facultatea de Inginerie
str. Emil Cioran nr. 4, cod poștal: 550025
Sibiu
e-mail: popavm@yahoo.com