



A XV-a Conferință internațională – multidisciplinară
„Profesorul Dorin Pavel – fondatorul hidroenergeticii românești”
SEBEȘ, 2015

DETERMINAREA DEFORMAȚIILOR LA O STRUCTURĂ ÎN ARC DE CERC

Marcu FRĂȚILĂ

DETERMINATION OF DEFORMATION TO A STRUCTURE IN AN CIRCULAR ARC

The paper presents the analysis of displacement to a structure in an circular arc. Displacements of free ends of the structure were analysed in dependence of the position of the anchorage.

Keywords: displacements, deformations, tare

Cuvinte cheie: deplasări, deformații, greutate proprie

1. Introducere

Grinzile arcuite sunt utilizate frecvent pentru realizarea de structuri portante. În cazul unui traseu de conductă de gaz metan, pentru supratraversări de văi sau cursuri de apă, aceste soluții constructive sunt des folosite. Structura necesară supratraversării se poate realiza pe locația finală sau într-o locație apropiată, urmând să fie ridicată și amplasată în locația finală. În varianta în care structura trebuie ridicată, aceasta este solicitată de forțele provenite din greutatea proprie și de forțele (V) din punctele C și D, unde sunt legate cablurile pentru ridicare.

Datorită greutateii proprii q , și a forțelor din punctele C și D structura se deformează. Deformația structurii produce o modificare a segmentului AB cu valoarea ΔL . Pentru montaj punctele A și B trebuie

să ocupe aceleași poziții cu punctele de fixare de pe pilonii de sprijin, figura 1.

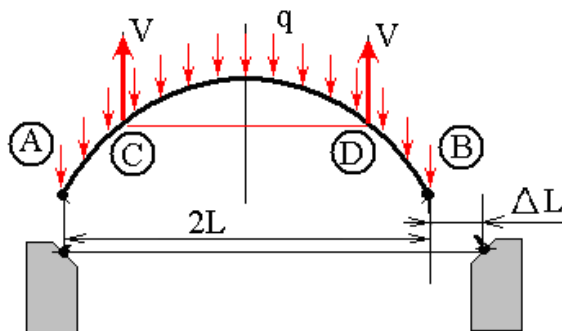


Fig. 1 Decalaj puncte de reazem

Pentru înlăturarea acestui inconvenient se poate modifica poziția punctelor C și D și ca atare a punctelor de aplicație a forțelor (V). Datorită efectului forțelor (V) din punctele C și D lungimea dintre punctele A și B poate să varieze în limitele de toleranță prescrise.

În lucrare este analizat un astfel de caz pentru o structură de susținere în formă de arc de cerc, care este suspendată în punctele C și D în vederea ridicării cu ajutorul unor macarale de mare tonaj, figura 1.

2. Calculul deplasării

Structura este asimilată unei bare curbe cu raza R , ce subîntinde un unghi la centru de $2\gamma_0$, încărcată cu o sarcină verticală uniform distribuită pe lungimea barei, figura 2. Punctele C și D de prindere a cablurilor de ridicare sunt asimilate cu reazeme în care acționează forțele de ancorare (V). Poziționarea punctelor este definită de unghiul α_0 , figura 2. Deplasarea pe direcție orizontală a punctelor A și B este influențată de poziția punctelor C și D.

Pentru determinarea eforturilor secționale se consideră o forță elementară dP , produsă de sarcina distribuită q corespunzătoare unui segment de lungime $R \cdot d\beta$ care se găsește la o distanță $R \cdot \beta$ de capătul B al barei, figura 3.

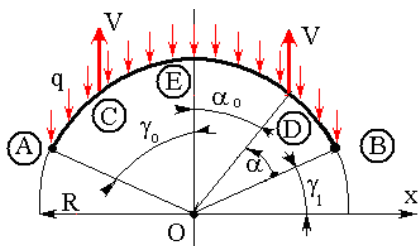


Fig. 2
Geometrie și mod de încărcare bară

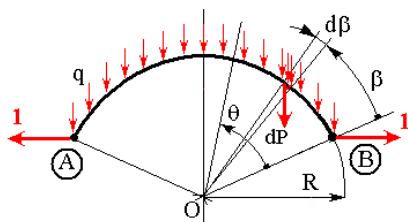


Fig. 3
Definirea secțiunii curente

Dacă notăm cu θ unghiul de poziție al secțiunii în care se determină eforturile și cu β unghiul care definește poziția forței elementare dP , figura 3, vom avea în acest caz:

$$dN = dP \cdot \cos(\gamma_1 + \theta) = q \cdot R \cdot d\beta \cdot \cos(\gamma_1 + \theta) \quad (1)$$

$$dT = dP \cdot \sin(\gamma_1 + \theta) = q \cdot R \cdot d\beta \cdot \sin(\gamma_1 + \theta) \quad (2)$$

$$\begin{aligned} dM &= -dP \cdot R \cdot (\cos(\gamma_1 + \beta) - \cos(\gamma_1 + \theta)) = \\ &= -q \cdot R^2 \cdot d\beta \cdot (\cos(\gamma_1 + \beta) - \cos(\gamma_1 + \theta)) \end{aligned} \quad (3)$$

Prin integrarea funcției eforturilor elementare pe intervalul $[0 \dots \theta]$, se obțin eforturile din secțiunea curentă produse de sarcina q . Vom avea în acest caz:

$$N_\theta = \int_0^\theta dN = \int_0^\theta q \cdot R \cdot d\beta \cdot \cos(\gamma_1 + \theta) = q \cdot R \cdot \theta \cdot \cos(\gamma_1 + \theta) \quad (4)$$

$$T_\theta = \int_0^\theta dT = \int_0^\theta q \cdot R \cdot d\beta \cdot \sin(\gamma_1 + \theta) = q \cdot R \cdot \theta \cdot \sin(\gamma_1 + \theta) \quad (5)$$

$$\begin{aligned} M_\theta &= \int_0^\theta dM = \int_0^\theta -q \cdot R^2 \cdot d\beta \cdot (\cos(\gamma_1 + \beta) - \cos(\gamma_1 + \theta)) = \\ &= -q \cdot R^2 \cdot [\cos(\gamma_1) \cdot \sin(\theta) + \sin(\gamma_1) \cdot (\cos(\theta) - 1) - \theta \cdot \cos(\gamma_1 + \theta)] \end{aligned} \quad (6)$$

Eforturile pentru porțiunea de bară cuprinsă între punctele CE produse de sarcina (V) și de sarcina uniform distribuită q se determină prin aplicarea principiului suprapunerii efectelor. Vom avea în acest caz:

$$V = q \cdot \gamma_o \cdot R \quad (7)$$

$$N_0^{CD} = (V + q \cdot R \cdot \theta) \cdot \cos(\gamma_1 + \theta) \quad (8)$$

$$T_0^{CD} = (V + q \cdot R \cdot \theta) \cdot \sin(\gamma_1 + \theta) \quad (9)$$

$$M_0^{CD} = V \cdot R \cdot [\sin(\alpha_o) - \cos(\gamma_1 + \theta)] - q \cdot R^2 \cdot [\cos(\gamma_1) \cdot \sin(\theta) + \sin(\gamma_1) \cdot (\cos(\theta) - 1) - \theta \cdot \cos(\gamma_1 + \theta)] \quad (10)$$

În figurile 4 a,b,c sunt prezentate diagramele de eforturi pentru structura încărcată cu sarcina provenită din greutatea proprie.

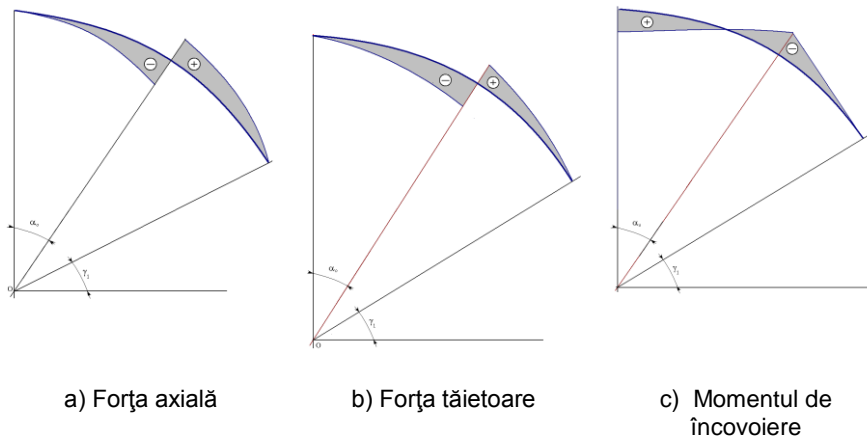


Fig. 4 Diagramele de eforturi

Deplasarea pe direcție orizontală a punctelor A și B s-a determinat prin aplicarea principiului lucrului mecanic virtual.

În acest caz s-a aplicat o forță unitară, pe direcție orizontală, în punctele A și B, figura 3, pentru care s-a luat în considerare numai efectul momentului de încovoiere.

$$m_{\theta} = 1 \cdot R(\sin(\gamma_1 + \theta) - \sin(\gamma_1)). \quad (11)$$

Vom avea:

$$\delta = \frac{2}{E \cdot I_z} \cdot \int_0^{\gamma_o - \alpha_o} M_{\theta} \cdot m_{\theta} \cdot d\theta + \int_{\gamma_o - \alpha_o}^{\gamma_o} M_{\theta}^{CD} \cdot m_{\theta} \cdot d\theta \quad (12)$$

Prin modificarea poziției punctelor de aplicare a forțelor (V) din cablurile de ancorare, se poate modifica valoarea deplasării pe direcția orizontală în punctele A și B.

În figurile 5-8 este reprezentat modul de variație al deplasării δ în funcție de valoarea unghiului α_o de poziționare a forței (V) pentru diferite variante arc de cerc care subîntind un unghi la centru $2 \cdot \gamma_o$ ce variază în intervalul $[2 \cdot 30^\circ \ 2 \cdot 60^\circ]$.

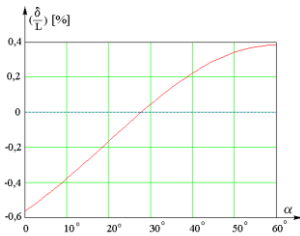


Fig. 5 Deplasarea orizontală pentru $\gamma_o=60^\circ$

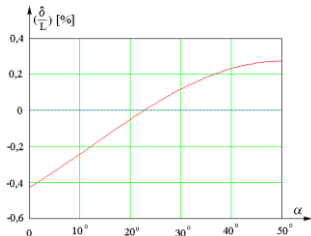


Fig. 6 Deplasarea orizontală pentru $\gamma_o=50^\circ$

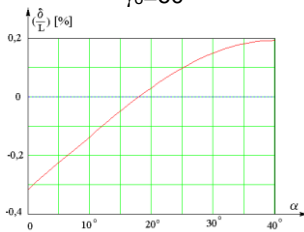


Fig. 7 Deplasarea orizontală pentru $\gamma_o=40^\circ$

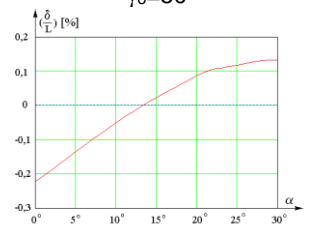


Fig. 8 Deplasarea orizontală pentru $\gamma_o=30^\circ$

3. Concluzii

În urma analizării datelor prezentate în diagramele din figurile 5-8 și prin reprezentarea modului de variație a mărimii deplasării δ pe

direcție orizontală, în funcție de raportul dintre unghiul α și γ_0 se constată că pentru toate variantele constructive de arc cu deschiderea $\gamma_0 = 30^\circ..60^\circ$ poziția optimă de amplasare a forței (V) și implicit de prindere a cablului de ridicare este la un unghi care reprezintă $(45,3 \pm 0,92)$ % din unghiul γ_0 măsurat de la capetele A și B, figura 9.

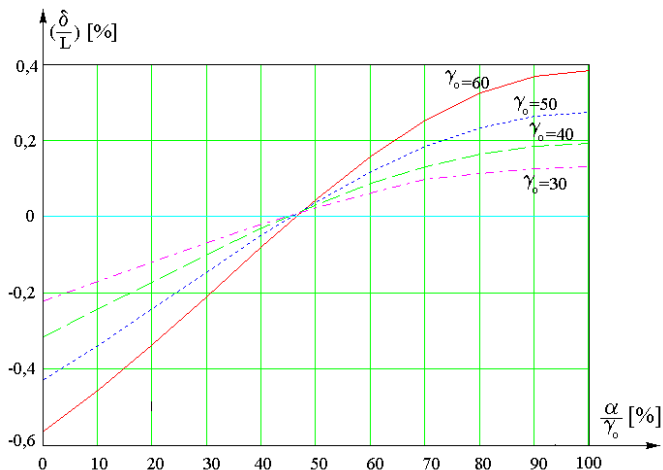


Fig. 9 Unghiul optim de aplicare a forței V

BIBLIOGRAFIE

- [1] Deutsch, I., Goia, I., Curtu, I., Neamțu, T., Sperchez, F., *Probleme de Rezistența materialelor*, Editura Didactică și Pedagogică, București 1979.
 [2] Sofonea, G., Frățilă, M., *Rezistența materialelor*, Editura Universității "Lucian Blaga" din Sibiu, 1996, ISBN 973-9280-97-8.

Prof. Dr. Ing. Marcu FRĂȚILĂ,
 Universitatea "Lucian Blaga" din Sibiu, membru AGIR
 e-mail: marcu.fratila@ulbsibiu.ro